



Contributions à l'estimation robuste et à la commande prédictive robuste par méthodes ensemblistes

Cristina Stoica Maniu

► To cite this version:

Cristina Stoica Maniu. Contributions à l'estimation robuste et à la commande prédictive robuste par méthodes ensemblistes. Automatique / Robotique. Ecole Doctorale STITS, Université Paris-Sud, 2014. tel-01266836

HAL Id: tel-01266836

<https://hal.science/tel-01266836>

Submitted on 3 Feb 2016

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Mémoire

Présenté pour obtenir

L'HABILITATION A DIRIGER DES RECHERCHES (HDR)

de l'Ecole Doctorale STITS, Université Paris-Sud

« Contributions à l'estimation robuste et à la commande prédictive robuste par méthodes ensemblistes »

par

Cristina Nicoleta MANIU

Supélec Sciences des Systèmes (E3S) – Département Automatique

cristina.stoica@supelec.fr

Soutenue le Jeudi 11 Décembre 2014 devant la Commission d'examen :

M. Eduardo F. CAMACHO	Universidad de Sevilla	Examineur
M. Didier DUMUR	SUPELEC	Examineur
M. Nicolas LANGLOIS	ESIGELEC	Rapporteur
M. Silviu-Iulian NICULESCU	CNRS, L2S	Examineur
M. Vicenç PUIG CAYUELA	Universitat Politècnica de Catalunya (UPC)	Rapporteur
M. Andreas VARGA	Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt (DLR)	Rapporteur

Table des matières

I	Présentation de la candidate	1
1	Curriculum Vitae détaillé	3
1.1	Etat civil	3
1.2	Titres universitaires	4
1.2.1	Autres spécialisations	5
1.3	Parcours	6
1.3.1	Expérience professionnelle	6
1.3.2	Séjours à l'étranger	7
1.4	Activités d'enseignements	8
1.4.1	Parcours enseignement académique	9
1.4.1.1	SUPELEC Campus de Gif	9
1.4.1.2	SUPELEC Campus de Rennes	11
1.4.1.3	Ecole Polytechnique	11
1.4.1.4	Ecole Spéciale de Mécanique et d'Électricité (ESME Sudria)	12
1.4.1.5	Institut Polytechnique des Sciences Avancées (IPSA) Paris	12
1.4.1.6	Université "Politehnica" de Bucarest	13
1.5	Activités liées à l'administration	13
1.5.1	Commissions de spécialistes	13
1.5.2	Membre des sociétés	14
1.6	Activités liées à la recherche	14
1.6.1	Prix déjà reçus pour un article ou la thèse	14
1.6.2	Participation à des comités, Editorial boards, organi- sation de colloques, séminaires	14
1.6.2.1	Organisation d'un workshop	14
1.6.2.2	Membre du IPC (International Program Com- mittee)	15
1.6.2.3	Evaluation doctorale	15
1.6.2.4	Chair ou co-chair	15

TABLE DES MATIÈRES

1.6.3	Programmes d'échanges, collaborations, réseaux internationaux, projets nationaux et européens	16
1.6.3.1	Rôle principal	16
1.6.3.2	Rôle de participation	16
1.6.4	Actions de valorisation, brevets, logiciels/matériels diffusés, autres réalisations	17
1.6.5	Administration liée à la recherche (coordinateur de projet, chef d'équipe/labo, etc.)	18
1.6.5.1	Projet finalisé	18
1.6.5.2	Projet en cours	18
1.6.5.3	Projets soumis	20
1.7	Encadrement	21
1.7.1	Thèses	21
1.7.2	Stage de Doctorat	23
1.7.3	Stages de Master	23
1.7.4	Stages de fin d'études	23
1.7.5	Co-encadrement d'élèves de 3ème année de SUPELEC dans le cadre des Conventions d'Etude Industrielle (CEI)	24
1.7.6	Tutrice des élèves de 3ème année de SUPELEC à l'étranger	25
1.7.7	Tutrice des stages des élèves de 3ème année de SUPELEC	26
1.7.8	Collaborations industrielles	27
1.8	Synthèse des travaux et description des principaux résultats, projets, perspectives	28
1.8.1	Robustification des lois de commande prédictives des systèmes avec incertitudes	28
1.8.2	Estimation ensembliste des systèmes incertains	29
1.8.3	Commande prédictive des systèmes multi-agents	30
1.8.4	Autres perspectives et projets en cours	31
1.9	Liste de publications	33
1.9.1	Articles dans des revues internationales avec comité de lecture	33
1.9.2	Livre	34
1.9.3	Chapitres de livres	34
1.9.4	Articles dans des conférences internationales avec comité de lecture	34
1.9.5	Posters, communications orales dans des conférences nationales et internationales	39
1.9.6	Rapports de recherche, etc.	41
1.9.6.1	Thèse	41
1.9.6.2	Polycopiés	41

1.9.6.3	Livret Digiteo	42
1.9.6.4	Rapports de recherche	42
II	Synthèse des activités de recherche	43
2	Robustification des lois de commande prédictives des systèmes incertains	45
2.1	Description de la méthode de robustification de lois de commande prédictives	46
2.1.1	Synthèse du correcteur initial	46
2.1.2	Robustification face à des incertitudes non structurées .	47
2.1.3	Robustification face à des incertitudes structurées . . .	51
2.1.4	Prise en compte du rejet de perturbations	53
2.2	Application à un modèle d'un robot médical multi-axes	54
2.2.1	Modèle 2-axes : pivot et arc en C	55
2.2.2	Commande prédictive robustifiée du modèle 2-axes . .	57
2.3	Application à un système de gestion de production	62
2.3.1	Modèle du système de gestion de production	63
2.3.2	Commande prédictive robustifiée du système de gestion de production	65
2.4	Développement d'une boîte à outils MATLAB : PolyRMPC .	70
2.4.1	Description de la boîte à outils PolyRMPC	70
2.4.2	Commande d'un modèle d'un hélicoptère Quanser 2-DOF avec PolyRMPC	74
2.5	Application à un modèle d'une centrale électrique au charbon	79
2.5.1	Modèle simplifié de la centrale électrique au charbon .	79
2.5.2	Commande robustifié appliquée au modèle d'une centrale électrique au charbon	80
2.6	Techniques de réduction du conservatisme	83
2.7	Conclusions et perspectives	85
3	Estimation ensembliste des systèmes incertains	87
3.1	Définitions utiles	88
3.2	Formulation du problème	90
3.3	Observateur ensembliste fondé sur des ensembles zonotopiques : cas monovariable	91
3.4	Observateur ensembliste fondé sur des ensembles zonotopiques : cas multi-sorties	96
3.4.1	Extensions de la solution mono-sortie	96
3.4.1.1	Approche ESO ("Equivalent Single-Output") .	97

TABLE DES MATIÈRES

3.4.1.2	Approche ESOCE (“Equivalent Single-Output with Coupling Effect”)	98
3.4.1.3	Approche PMI (Inégalité Matricielle Polynomiale)	100
3.4.2	Solution multi-sorties : approche PAZI	100
3.5	Exemple illustratif	102
3.6	Commande prédictive robuste utilisant un observateur ensembliste zonotopique	105
3.6.1	Commande prédictive “boucle-ouverte” dans un contexte ensembliste	106
3.6.2	Commande prédictive robuste à base de tubes d’incertitude	107
3.7	Application à la commande d’une suspension magnétique . . .	109
3.8	Conclusions et perspectives	115
4	Commande prédictive des systèmes dynamiques multi-agents	117
4.1	Formulation du problème	118
4.2	Evitement des collisions	121
4.2.1	Réduction de la complexité via des techniques MIP . .	122
4.2.2	Vers une configuration étroite des systèmes multi-agents	126
4.3	Allocation des tâches	127
4.4	Génération de trajectoire	129
4.5	Commande prédictive des systèmes dynamiques multi-agents .	131
4.5.1	Commande prédictive centralisée pour MAS	131
4.5.2	Commande prédictive distribuée pour MAS	134
4.5.3	Commande prédictive décentralisée pour MAS	136
4.5.3.1	Approche décentralisée à base des priorités . .	137
4.5.3.2	Approche décentralisée à base de champ de potentiel	138
4.6	Applications	141
4.6.1	Simulations dans le cadre des systèmes multi-agents . .	141
4.6.2	Application à la commande des drones	145
4.7	Conclusions et perspectives	149
III	Projet de recherche	151
5	Travaux en cours et perspectives	153
5.1	Perspectives à court terme	153
5.1.1	Observateur ensembliste mixte fondé sur des ensembles ellipsoïdaux et zonotopiques	153

5.1.2	Observateur ensembliste fondé sur des ensembles ellipsoïdaux avec estimation en temps réel	155
5.1.3	Détection de défauts via les observateurs ensemblistes zonotopiques	156
5.1.4	Détection de défauts de systèmes multi-agents	157
5.1.5	Analyse de stabilité de systèmes de distribution d'énergie	160
5.2	Perspectives à moyen terme	161
5.3	Perspectives à long terme	162
IV	Résumé en anglais	165
6	Extended Abstract	167
6.1	Robustified Predictive Control applied to Uncertain Systems .	167
6.2	Set-membership State Estimation of Uncertain Systems	169
6.3	Predictive Control of Multi-Agent Systems	170
6.4	Perspectives and Current Projects	171

TABLE DES MATIÈRES

Remerciements

Je tiens à exprimer ma profonde gratitude à mes rapporteurs Andreas Varga, Vicenç Puig et Nicolas Langlois pour le temps qu'ils ont consacré à l'évaluation de mon manuscrit. Je souhaite exprimer toute ma reconnaissance aux autres membres du jury, Eduardo F. Camacho, Didier Dumur et Silviu-Iulian Niculescu, pour participer à l'appréciation de mes travaux de recherche, ainsi que pour la collaboration enrichissante pendant toutes ces années.

Mes remerciements vont également à mes collaborateurs, spécialement à Sorin Olaru et Teo Alamo. Je remercie chaleureusement tous mes doctorants : Hieu, Ionela, Sofiane, Marjorie et Tri, ainsi que mes stagiaires : Emanuel Dogaru et Valentin Preda.

Je souhaite remercier M. Boucher pour sa confiance et pour sa participation émouvante à ma soutenance d'HDR.

Je remercie également les personnes de l'Ecole Doctorale qui ont rendu possible cette soutenance dans les meilleurs délais, notamment M. Eric Cassan et les membres de la Commission 'ad hoc'.

Je souhaite remercier tous mes collègues : Cristina, Maria, Sihem, Pascale, Caroline, Josiane, Houria, Gilles, Pedro, Guillaume, Antoine, Dominique, Emmanuel. Un grand merci à Léon pour toute l'aide informatique pendant toutes ces années.

Je remercie également toutes les personnes, nombreuses, qui m'ont envoyé des messages de soutien avant la soutenance.

Je remercie mon mari, Vlad, et ma famille pour leur support quotidien.

TABLE DES MATIÈRES

Liste de notations

\mathbb{R}	Ensemble des nombres réels
\mathbb{R}^+	Ensemble des nombres réels positifs
\mathbb{R}^n	Ensemble des vecteurs de dimension n et à coefficients réels
$\mathbb{R}^{n \times m}$	Ensemble des matrices à coefficients réels de dimensions $n \times m$
\mathbf{B}^n	Boîte unitaire dans \mathbb{R}^n
$\mathbb{R}H_\infty$	Ensemble des transferts propres stables à coefficients réels
A	Notation générale pour une matrice
A^\top	Transposée de la matrice A
A^{-1}	Inverse de la matrice A
$\det(A)$	Déterminant de la matrice A
$\text{tr}(A)$	Trace de la matrice A
$\text{Im}(A)$	Image de la matrice A
$A \succ 0$	Notation générale pour une matrice A strictement définie positive
$A \succeq 0$	Notation générale pour une matrice A définie positive
$A \prec 0$	Notation générale pour une matrice A strictement définie négative
$A \preceq 0$	Notation générale pour une matrice A définie négative
I_n	Matrice identité en $\mathbb{R}^{n \times n}$
0_n	Matrice nulle en $\mathbb{R}^{n \times n}$
\mathcal{I}	Ensemble contenant les indices de chaque agent d'une formation
\mathcal{O}_o	Ensemble contenant les indices des obstacles considérés
$[a, b]$	Intervalle compris entre a et b
$[A]$	Notation générale pour une matrice intervalle
$\text{vert}[A]$	Sommets de la matrice intervalle A
$\text{mid}[A]$	Centre de la matrice intervalle A
$\text{rad}[A]$	Rayon de la matrice intervalle A
$\text{diag}(\sigma_1, \dots, \sigma_n)$	Matrice diagonale de dimension n
\mathcal{S}	Notation générale pour un ensemble \mathcal{S}
$\mathcal{Z} = \mathcal{Z}(p; H)$	Notation générale d'un m -zonotope $\mathcal{Z} = p \oplus H\mathbf{B}^m$
$rs(H)$	Matrice diagonale de type "row sum" d'une matrice H $rs(H) = \text{diag}(\dots, \tilde{h}_{ii}, \dots)$ avec $\tilde{h}_{ii} = \sum_{j=1}^n h_{ij}$, $i = 1, \dots, n$

e_i	Vecteur de base standard $[0 \dots 0 \underbrace{1}_i 0 \dots 0]$
E_i	Matrice de base standard $[0 \dots 0 \underbrace{I}_i 0 \dots 0]$
$ \cdot $	Valeur absolue
$\ \cdot\ _\infty$	Norme H_∞
$\ \cdot\ _P$	P -norme
$\lceil \cdot \rceil$	Partie entière supérieure
\oplus	Somme de Minkowski
\ominus	Différence de Pontryagin
$M(\mathcal{S})$	Image d'un ensemble \mathcal{S}
$\binom{n}{m} = C_n^m$	Combinaison de m parmi n
$n!$	Factorielle de n
$y_{k/i}$	i -ème ligne du vecteur y_k
$Co(\cdot)$	Enveloppe convexe (Couverture convexe)
$cl(\mathcal{X} \setminus \mathcal{P})$	Complément de \mathcal{P} par rapport à \mathcal{X}
$\omega \sim N(0, Q)$	Variable aléatoire ω de moyenne nulle, distribution normale et matrice de covariance Q
s	Variable de Laplace
$x(k+1/k)$	Variable x à l'instant $k+1$ à partir des valeurs connues jusqu'à l'instant k
$\{0, 1\}^{N_h}$	$= \{(b_1, \dots, b_{N_h}) : b_i \in \{0, 1\}, \forall i = 1, \dots, N_h\}$

Acronymes

BMI	Inégalité matricielle bilinéaire (“Bilinear Matrix Inequality”)
CARIMA	“Controlled Auto-Regressive Integrated Moving Average”
COFECUB	Comité Français d’Evaluation de la Coopération Universitaire et Scientifique avec le Brésil
DVS	Décomposition en valeurs singulières (“Singular Value Decomposition” – SVD)
E/S	Entrée / Sortie
ESO	“Equivalent Single-Output”
ESOCE	“Equivalent Single-Output with Coupling Effect”
EVP	“Eigenvalue problem”
GPC	“Commande Prédictive Généralisée (“Generalized Predictive Control”)
GT CPNL	Groupe de Travail de Commande Prédictive Non Linéaire
GT MEA	Groupe de Travail des Méthodes Ensemblistes pour l’Automatique
GT MOSAR	Groupe de Travail des Méthodes et Outils pour la Synthèse et l’Analyse en Robustesse
GUIDE	“Graphical User Interface Design Environment”
LMI	“Linear Matrix Inequality”
LQ	“Linear Quadratic control”
LTI	Linéaire invariant dans le temps (“Linear Time Invariant”)
MAS	Système multi-agents (“Multi-Agent System”)
MIMO	Multi entrées/multi sorties (“Multi Input Multi Output”)
MPC	Commande prédictive par modèle (“Model Predictive Control”)
MPT	“Multi-Parametric Toolbox”
MRV	Machine à réluctance variable
PAZI	“Polytope and Zonotope Intersection”
PI	Proportionnel Intégral (“Proportional Integral”)
PID	Proportionnel Intégral Dérivé (“Proportional Integral Derivative”)
PMI	Inégalité matricielle polynomiale (“Polynomial Matrix Inequality”)
RPI	“Robust Positive Invariant”
mRPI	“minimal Robust Positive Invariant”

QP	Programmation quadratique (“Quadratic Programming”)
RIF	Réponse Impulsionnelle Finie
RII	Réponse Impulsionnelle Infinie
RISEGrid	“Research Institute for Smarter Electric Grids”
SIERA	SONDRA Innovative Embedded Radar Aircraft
SISO	Une entrée/une sortie (“Single Input/Single Output”)
SoS	Système de systèmes (“System of Systems”)
SONDRA	“Supélec ONERA NUS DSO Research Alliance”
TMPC	Commande prédictive par modèle à base de tube (“Tube-based Model Predictive Control”)

Première partie

Présentation de la candidate

Chapitre 1

Curriculum Vitae détaillé

1.1 Etat civil

Nom :	MANIU
Nom patronymique :	STOICA
Prénoms :	Cristina Nicoleta
Statut actuel :	Professeur Adjoint
Etablissement/labο :	SUPELEC, Département Automatique
E-mail :	Cristina.Stoica@supelec.fr
Page web en français :	http://www.supelec.fr/360_p_10009/cristina-stoica.html
Page web en anglais :	http://www.supelec.fr/360_p_10744/c-stoica.html
Adresse postale :	SUPELEC, Département Automatique 3, rue Joliot Curie Plateau de Moulon 91192 Gif-sur-Yvette cedex France
Téléphone professionnel :	+33 (0) 1 69 85 13 78
Fax :	+33 (0) 1 69 85 13 89

1.2 Titres universitaires

- 2005 - 2008 Thèse de doctorat** en Automatique
SUPELEC – Université Paris Sud XI
Ecole Doctorale : Sciences et Technologies de l’Information des Télécommunications et des Systèmes (STITS)
Spécialité : Physique
Titre : “Robustification de lois de commande prédictive multivariables”
Préparation : 2005 - 2008
Soutenance : 17 Octobre 2008
Mention : Très Honorable
Jury :
M. Eduardo CAMACHO (Examineur)
M. Didier DUMUR (Directeur de thèse)
M. Gilles FERRERES (Rapporteur)
Mme Françoise LAMNABHI-LAGARRIGUE (Examinatrice)
M. Michel DE MATHELIN (Président du jury)
M. Pedro RODRIGUEZ-AYERBE (Co-directeur de thèse)
M. Vincent WERTZ (Rapporteur)
- 2004 - 2005 Master Recherche**
Université “Politehnica” Bucarest (UPB)
Faculté “Automatique et Informatique”
Spécialité : Automatique Avancée
Titre du projet DEA (stage d’un mois à SUPELEC) :
“Etude d’une commande robuste pour une nouvelle topologie de convertisseur de puissance”
- 1999 - 2004 Diplôme d’ingénieur**
Université “Politehnica” Bucarest (UPB)
Faculté “Automatique et Informatique”
Spécialité : Automatique et Science des Systèmes
Titre du projet de fin d’études (stage de 4 mois à SUPELEC) :
“Analyse de robustesse des systèmes linéaires à paramètres variants” avec application à un modèle simplifié de missile
- 1999 Diplôme de baccalauréat**
Collège National “I.C. Bratianu”, Pitesti, Roumanie
Spécialité : Mathématique-Physique

1.2.1 Autres spécialisations

- 2013** **Dérogation à l’HDR pour l’encadrement de thèse**
- 2012** **Cours de préparation à l’enseignement
des cours scientifiques en anglais**
Organisateur : Département des Langues et Cultures, SUPELEC
- 2011** **Module M9 “An Introduction to Networked Control Systems”**
de HYCON2-EECI Graduate School on Control
Organisateur : European Embedded Control Institute (EECI)
Professeurs : Karl Henrik Johansson, Vijay Gupta
- Cours d’ingénierie pédagogique :**
Concevoir, développer et réaliser une action de formation
Organisateur : SUPELEC
- 2009** **Cours de l’école d’été en pédagogie universitaire**
Organisateur : Université Catholique de Louvain-la-Neuve, Belgique
- Séminaire de formation des enseignants-chercheurs
à la pédagogie et à la communication**
Organisateur : SUPELEC
- 2008** **Module M1 “LMI, Optimization and Polynomial Methods”**
de HYCON-EECI Graduate School on Control
Organisateur : European Embedded Control Institute (EECI)
Professeur : Didier Henrion
- 2007** **Module M6 “LMIs in Control”**
de HYCON-EECI Graduate School on Control
Organisateur : European Embedded Control Institute (EECI)
Professeurs : Carsten Scherer, Siep Weiland
- 2001 - 2004** **Cours pédagogiques**
Organisateur : Université “Politehnica” Bucarest (UPB)
- 2003** **Ecole d’été francophone “Techniques avancées de commande
des systèmes”**
Organisateur : Université “Politehnica” Bucarest, Faculté d’Automatique

1.3 Parcours

1.3.1 Expérience professionnelle

- 2014 - présent Professeur Adjoint**
SUPELEC - Département Automatique
Equipe de recherche : E3S, SUPELEC Science des Systèmes (directrice : Yolaine Bourda), EA 4454
Groupe de recherche : SyDICO (Systèmes Dynamiques Incertains, Commande et Optimisation)
Chef de département : Didier Dumur
- 2008 - 2014 Professeur Assistant**
SUPELEC - Département Automatique
Equipe de recherche : E3S, SUPELEC Science des Systèmes (directrice : Yolaine Bourda), EA 4454
Groupe de recherche : SyDICO
Chefs de département : Didier Dumur (2012 - ...) Patrick Boucher (2008 - 2012)
- 2005 - 2008 Chercheur débutant (doctorant)**
SUPELEC - Département Automatique
Equipe de recherche : EA 1399
Groupe de recherche : Commande prédictive
Chef de département : Patrick Boucher
- 2004 - 2005 Ingénieur en Automatique**
RADET R&D Bucarest
(Régie Autonome de Distribution d'Energie Thermique)
Chef de département : Dana Fanea
Activité non-enseignante : Automatisation de deux centrales thermiques et d'environ 600 sous-stations thermiques
Participation au Symposium AAIR 2005 (Association pour Automatisation et Instrumentation de Roumanie)
- 2002 - 2005 Assistant enseignant en Automatique**
Université "Politehnica" Bucarest
Faculté Automatique et Informatique
Département : Automatique et Ingénierie des Systèmes
Chef de département : Ioan Dumitrache
Collaborations (travaux dirigés et études de laboratoire) : Ioan Dumitrache, Cristian Oara, Radu Stefan, Silviu Dumitriu

1.3.2 Séjours à l'étranger

1. Académie Bulgare des Sciences, Sofia, Bulgarie

- Période : environ 1 semaine en Février 2014
- Cadre : Projet PHC RILA 2013 - 2015 "Commande prédictive robuste distribuée pour les systèmes complexes"
- Invitation : Collaboration avec Alexandra Grancharova et Anna Lekova
- Thème de recherche : "Commande prédictive distribuée des systèmes de type multi-agent"

2. FEUP (Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto), Université de Porto, Portugal

- Période : 1 semaine en Juillet 2013
- Cadre : Projet PHC Pessoa 2013 - 2015 "Commande avancée d'une flotte de véhicules autonomes hétérogènes"
- Invitation : Collaboration avec Fernando Lobo Pereira, Fernando Fontes
- Thème de recherche : "Génération de trajectoire pour des véhicules aériens autonomes"

3. Université de Newcastle, Australie

- Période : 1 mois en Novembre 2009
- Invitation : Collaboration avec Maria Seron, José De Dona
- Thème de recherche : "Stabilisation des systèmes en commutation arbitraire via la paramétrisation de Youla"

4. UCL (Université Catholique de Louvain), Louvain-la-Neuve, Belgique

- Période : 1 mois en Juin 2009
- Invitation : Collaboration avec Vincent Wertz et son doctorant Emile Simon
- Thème de recherche : "Robustification des lois de commande prédictives"

5. NTNU (Norwegian University of Science and Technology), Trondheim, Norvège

-
- Période : 1 semaine en Mai 2009
 - Cadre : Projet PHC Aurora 2007 - 2009 “Commande et estimation avec contraintes, basée sur l’optimisation à horizon glissant”
 - Invitation : Collaboration avec Le Feng et Morten Hovd
 - Thème de recherche : “Comparaison de deux techniques de robustification hors-ligne fondées sur des Inégalités Linéaires Matricielles”

6. Université de Séville, Espagne

- Période : 1 mois en Juillet 2008 et 1 semaine en Février 2009
- Invitation : Collaboration avec Eduardo Camacho, Teodoro Alamo et Manuel Arahall
- Thèmes de recherche : “Analyse des systèmes soumis à des incertitudes par intervalle”, “Application des techniques de robustification des lois de commande prédictives sur un système de gestion de production”

1.4 Activités d’enseignements

Avant de présenter mes expériences d’enseignement, je souhaite préciser rapidement le cadre et la motivation de mon parcours. Pour cela, je vous propose de retourner en 1995, quand à peine rentrée au lycée j’ai publié mon premier article dans un journal local sur le *professeur idéal*. Quelques années plus tard, j’ai commencé mon parcours pédagogique à l’Université Politehnica de Bucarest, où j’ai suivi des cours pédagogiques pendant trois ans. Cela m’a permis d’acquérir les bases de ce type de formation, d’avoir une première prise de contact avec le milieu de l’enseignement académique et de développer mon goût pour l’enseignement. Encore étudiante en quatrième année à l’UPB, c’est pendant ces cours pédagogiques, que j’ai enseigné pour la première fois. Je me rappelle le moment quand j’ai frappé timide à la porte de mes professeurs Radu Stefan et Cristian Oara, en leur demandant si c’est possible de faire un TL ou un TD en “Théorie des systèmes” afin de pouvoir passer mon examen de Pédagogie. Aujourd’hui je les remercie infiniment pour cette chance qu’ils m’ont offerte : enseigner mon premier TD sur le diagramme de Bode, en présence de ma professeur de Pédagogie. C’était suffisant pour sentir le goût de la passion pour enseigner, que j’essaie depuis. Je n’oublierai pas mon professeur en Automatique, Ioan Dumitrache, qui m’a également fait confiance pour enseigner pendant deux ans des travaux de laboratoire sur son cours. En 2007 à SUPELEC, j’ai participé comme ‘moniteur’ aux travaux pratiques sur le cours de “Signaux et systèmes 2” et je tiens à remercier

Patrick Boucher de m'avoir offert l'opportunité d'enseigner en français pour la première fois. D'ici jusqu'à être embauchée comme enseignant-chercheur dans le Département Automatique, fut également un plaisir que je prouve chaque fois en enseignant nos étudiants, toujours essayant de perfectionner mes techniques d'enseignement et mes connaissances afin d'accomplir mon rêve d'enfance.

1.4.1 Parcours enseignement académique

1.4.1.1 SUPELEC Campus de Gif

Niveau 1ère année

1. Chargée des **cours de tronc commun “Signaux et Systèmes 2”** (à partir de Novembre 2013) - 18h de cours et 7,5h de cours de soutien pour les élèves d'ESCP Europe (École Supérieure de Commerce de Paris) par an

Description du cours :

Ce cours propose dans une première partie l'étude des systèmes linéaires et dans une deuxième partie l'étude de filtrage des signaux. Les représentations des systèmes sous forme de fonctions de transfert et sous forme d'état sont traitées, en temps continu et discret également. Une étude de stabilité est également envisagée dans tous ces cas. Ce cours traite de l'analyse temporelle et fréquentielle des systèmes, ainsi que l'identification des systèmes. Le cours vise également la linéarisation des systèmes non-linéaires autour d'un point d'équilibre. La dernière partie propose la synthèse des filtres analogiques et numériques.

Transparents de cours : Polycopié Supélec 17141/2013

2. Encadrement de **travaux dirigés en “Signaux et Systèmes 2”** (à partir d'Avril 2009) - approx. 6h TD par an
3. Encadrement de **travaux dirigés en “TD Matlab”** (à partir de Septembre 2011) - approx. 6h TD par an
4. Encadrement de **travaux dirigés en “Recherche documentaire”** (à partir de Mars 2009) - approx. 3h TD par an
5. Encadrement de **travaux de laboratoire en “Signaux et Systèmes 2”** (en Février - Mars 2007, 2009) - approx. 36h EL par an
6. Encadrement de **projets de synthèse** (à partir d'Avril 2009) - approx. 2 projets par an (environ 42h par projet)

Niveau 2ème année

1. Encadrement de **travaux dirigés en “Automatique”** (à partir de Novembre 2012) - approx. 7,5h TD par an
2. Encadrement de **travaux dirigés en “Méthodes numériques et optimisation”** (à partir d’Octobre 2010) - approx. 6h TD par an
3. Encadrement de **travaux dirigés en “Principes et méthodes de commande des entraînements à vitesse variable”** (en Janvier - Mars 2010) - 6h TD
4. Encadrement de **travaux pratiques en “Automatique”** (à partir de Février 2009) - approx. 72h TL par an
5. Encadrement de **projets de conception** (à partir de Juillet 2012) - approx. 1 projet par an (environ 42h par projet)

Niveau 3ème année

1. Chargée des **cours et travaux dirigés sur la “Structure RST, commande polynomiale”** dans le cadre de la mineure “Méthodes de l’automatique : principes et mise en oeuvre” (à partir de Septembre 2010) - approx. 6h par an

Description cours

Ce cours a pour but de présenter de façon simple et synthétique les principes de la commande polynomiale de type RST. La structure RST est une façon très générale de représenter un correcteur linéaire au moyen de trois polynômes. La synthèse de ceux-ci est obtenue en choisissant les pôles du système en boucle fermée.

Transparents de cours : Polycopié Supélec 13049/01a2011

2. Chargée des **cours et travaux dirigés sur la “Commande prédictive”** dans le cadre de la mineure “Méthodes de l’automatique : principes et mise en oeuvre” (à partir de Septembre 2010) - approx. 6h par an

Description cours

Ce cours a pour but de présenter de façon simple et synthétique les principes de la commande prédictive. A partir d’un modèle du système, la commande prédictive a pour principe d’anticiper les consignes futures, lorsqu’elles sont connues, pour calculer la commande. Elle peut déboucher sur la synthèse d’un régulateur sous forme RST ou sous forme d’un

retour d'état. La Commande Prédictive Généralisée (GPC), ainsi que la Commande Predictive à base de Model (Model Predictive Control - MPC) sont présentées.

Transparents de cours : Polycopié Supélec 13049/02a2011

3. Encadrement de **travaux dirigés en “Représentation analytique”** dans le cadre de la majeure AS - approx. 4, 5h TD par an
4. Co-encadrement de **Conventions d'Etude Industrielle (CEI)** - environ 1 CEI co-encadrée par an
5. Tutrice de plusieurs élèves de SUPELEC à l'étranger - environ 1-2 étudiants par an

1.4.1.2 SUPELEC Campus de Rennes

Niveau 3ème année

1. Chargée des **travaux dirigés sur la commande H-infini et μ -analyse** dans le cadre de la mineure “Commande avancée” (à partir de Janvier 2011) - approx. 6h par an

1.4.1.3 Ecole Polytechnique

Master Parisien de Modélisation et d'Architecture des Systèmes (MPMAS) – ex CoMaSIC (Conception & Management des Systèmes Informatiques Complexes)

1. Chargée des cours de **tronc commun “Signaux et systèmes”** (à partir de Septembre 2013) - approx. 18h de cours par an

Description cours

Ce cours de tronc commun présente les bases de l'analyse des systèmes linéaires. Les thèmes abordés sont les suivants : représentation des systèmes sous forme de fonctions de transfert et sous forme d'état, en temps continu et discret, étude de stabilité, analyse temporelle et fréquentielle des systèmes, identification des systèmes, systèmes en boucle ouverte et boucle fermée.

1.4.1.4 Ecole Spéciale de Mécanique et d'Électricité (ESME Sudria)

Niveau Master

1. Chargée des **cours de “Commande Adaptative”** (à partir de Janvier 2012) - approx. 12h de cours par an

Description cours

Ce cours permet de mettre en oeuvre des structures de régulation adaptées aux systèmes évoluant au cours du temps et propose également des techniques d'aide au choix des paramètres de réglage nécessaires dans le cadre d'une structure de commande adaptative. Plusieurs lois de commande adaptative directe (commande adaptative avec modèle de référence, commande adaptative fondée sur la stabilité au sens de Lyapunov) et indirecte (y compris des méthodes d'identification, algorithmes d'adaptation paramétrique, algorithmes des moindres carrés récurrents, gain d'adaptation, méthodes récursives d'identification en temps réel, commande polynomiale de type RST, commande linéaire quadratique à horizon infini, commande prédictive) sont traitées avec leurs avantages et inconvénients.

1.4.1.5 Institut Polytechnique des Sciences Avancées (IPSA) Paris

Niveau équivalent 2ème année SUPELEC

1. Chargée des **cours et des travaux dirigés de “Représentation d'état des systèmes linéaires”** (entre Février 2010 et Juin 2013) - approx 24h de cours et 24h de TD par an pendant 4 ans

Description cours :

La représentation d'état des systèmes continus et discrets est une méthode puissante de modélisation des systèmes multivariables, variant ou invariant dans le temps. Parfaitement adaptée au calculateur numérique, elle est un outil indispensable d'analyse et de synthèse des dispositifs de commande. Ce cours présente des généralités sur la représentation d'état, la résolution de l'équation d'état, l'analyse de stabilité de systèmes représentés sous forme d'état, le passage entre la représentation d'état et la représentation par des fonctions de transfert d'un système (et vice versa), les propriétés de commandabilité et observabilité, la commande par retour d'état (placement des pôles) et observateur d'état.

1.4.1.6 Université “Politehnica” de Bucarest

Niveau équivalent 1ère année SUPELEC

1. Encadrement de **travaux dirigés en “Théorie des Systèmes 1 et 2”** – Prof. Cristian Oara, Prof. Radu Stefan (en Novembre - Décembre 2002) - approx. 16h TD
2. Encadrement d'**études de laboratoire en “Théorie des Systèmes 1 et 2”** – Prof. Cristian Oara, Prof. Radu Stefan (entre Octobre 2003 - Juin 2005) - approx. 42h

Pendant cette période j’ai participé à la mise en oeuvre d’un tutoriel de laboratoire de “Théorie des Systèmes 1”.

Niveau équivalent 2ème année SUPELEC

1. Encadrement d'**études de laboratoire en “Commande des Systèmes”** – Prof. Ioan Dumitrache (entre Octobre 2003 - Janvier 2005) - approx. 28h
2. Encadrement d'**études de laboratoire en “Modélisation et Simulation des Systèmes”** – Prof. Silviu Dumitriu (en Mars - Juin 2005) - approx. 14h

1.5 Activités liées à l’administration

1.5.1 Commissions de spécialistes

1. Membre de la *Commission Systèmes et Automatique* de SUPELEC (en 2014)
2. Membre de l’équipe pédagogique associée au cours de tronc commun “Signaux et systèmes 2” de SUPELEC (à partir de 2013)
3. Membre de Jury de passage de première année en deuxième année (à partir de 2014)
4. Membre de Jury d’admission sur titre de SUPELEC (à partir de 2010)
5. Participation aux Séminaires d’entrée des élèves de 1ère année (à partir de 2009)
6. Participation à la réalisation du Guide Matlab destiné aux étudiants de 1ère année (en 2011 - 2012)

-
7. Evaluation d'un projet de recherche "National Research Funding Competition" de l'organisme de financement de la recherche du gouvernement chilien FONDECYT (en 2011)

1.5.2 Membre des sociétés

1. Membre IEEE (Institute of Electrical and Electronics Engineers) : Membre étudiant IEEE (2006 - 2009), Membre IEEE (à partir de 2010)
2. Membre IEEE CSS (Control Systems Society) (à partir de 2006)
3. Membre IEEE WIE (Women in Engineering) (2006 - 2009)
4. Membre EECI (European Embedded Control Institute) (2007 - 2008)
5. Groupes de Recherche CPNL (Commande Prédictive Non-Linéaire), MOSAR (Méthodes et Outils pour la Synthèse et l'Analyse en Robustesse) et MEA (Méthodes ensemblistes pour l'Automatique) de GDR MACS (à partir de 2006)

1.6 Activités liées à la recherche

1.6.1 Prix déjà reçus pour un article ou la thèse

1. Prix "General Chairs' Recognition Award for Interactive Papers" de la conférence 48th IEEE Conference on Decision and Control and 28th Chinese Control Conference, Shanghai, 2009, pour le papier "Application of Robustified Model Predictive Control to a Production-Inventory System"
2. Co-encadrante de la thèse "Commande des systèmes dynamiques multi-agents en présence de contraintes" de Ionela Prodan, thèse sélectionnée parmi les trois finalistes du prix "2013 European PhD Award on Control for Complex and Heterogeneous Systems"

1.6.2 Participation à des comités, Editorial boards, organisation de colloques, séminaires

1.6.2.1 Organisation d'un workshop

1. Co-organisatrice du "2nd Workshop on Optimization based Control and Estimation" le 6-7 Novembre 2014, à Supélec

-
2. Co-organisatrice du “Workshop on Optimization based Control and Estimation” le 21-22 Novembre 2013, à Supélec

1.6.2.2 Membre du IPC (International Program Committee)

1. Membre du IPC du IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics (à partir de 2013)
2. Membre du IPC du UKACC (United Kingdom Automatic Control Council) International Conference on Control (CONTROL 2010), 2010

1.6.2.3 Evaluation doctorale

1. Dérogation HDR et attribution d’une bourse “jeune chercheur” de l’Ecole Doctorale STITS pour la thèse “Commande prédictive tolérante aux défauts pour systèmes dynamiques multi-agents”, 2013
2. Rapporteur de la thèse de doctorat “On Randomized Algorithms and their applications in robust optimization” d’Amalia Luque Sendra, Université de Séville, 2014

Encadrants : Teodoro Alamo Cantarero, Daniel Rodríguez Ramírez, Eduardo Fernández Camacho

Composition du jury : Manuel Ruiz Arahall, Daniel Limon, Cristina Stoica, Mirko Fiacchini, Jose Manuel Bravo

3. Rapporteur pour le titre de “doctorat européen” de José M. Maestre pour la thèse “Distributed Model Predictive Control and Game Theory”, Université de Séville, 2010

Encadrants : Eduardo Fernández Camacho, David Muñoz de la Peña Sequeda

Recommandations pour “doctorat européen” : Anders Rantzer, Cristina Stoica

1.6.2.4 Chair ou co-chair

1. Président de la Session “Observers for Dynamical Systems I” de la conférence European Control Conference, 2014
2. Président de la Session 1 “Signal Processing, Sensors, Systems Modeling and Control” de la conférence ICINCO (International Conference on Informatics in Control, Automation and Robotics), 2011

-
3. Président de la Session “Hybrid and Fault-tolerant Control” de la conférence IEEE MSC (Multiconference on Systems and Control), 2008
 4. Président de la Session 7 “Signal Processing, Systems Modeling and Control” de la conférence ICINCO, 2008
 5. Président de la Session “Modelling for control” du workshop IAR/ACD (Institute for Applied Research / Advanced Control and Diagnosis), 2008
 6. Coprésident de la Session “Predictive Control I” de la conférence Mediterranean Conference on Control and Automation, 2007
 7. Président de la Session 8 “Signal Processing, Systems Modeling and Control” de la conférence ICINCO, 2007

1.6.3 Programmes d’échanges, collaborations, réseaux internationaux, projets nationaux et européens

1.6.3.1 Rôle principal

1. Coordinateur du projet franco-portugais PHC Pessoa 2013 - 2014 (collaboration internationale avec l’Université de Porto)
2. Accueil du doctorant Emile Simon dans le cadre de la collaboration avec l’Université Catholique de Louvain, Belgique, 2009 - 2010

1.6.3.2 Rôle de participation

1. Participation dans les projets de recherche de l’Institut RISEGrid Supélec/EDF (à partir de 2013)
2. Participation au projet transversal SIERA (SONDRA Innovative Embedded Radar Aircraft) entre plusieurs départements de SUPELEC et NUS (National University of Singapore) 2013 - 2016
3. Participation aux projets de collaboration franco-bulgare PHC Rila 2013 - 2014
4. Participation au projet Comeete, dans le cadre d’une collaboration entre Renault et les départements Automatique et Energie de SUPELEC, 2011 - 2012
5. Participation aux projets de collaboration franco-norvégienne PHC Aurora 2007 - 2008

Dans le cadre de mes travaux de recherche j'ai effectué plusieurs séjours à l'étranger (voir Section 1.3.2), en collaboration avec différentes universités.

1.6.4 Actions de valorisation, brevets, logiciels/matériels diffusés, autres réalisations

1. Développement du logiciel MIMOptMPC (présenté à la conférence IEEE MSC 2007) pour la robustification de lois de commande prédictives face à des incertitudes non-structurées, en imposant des gabarits temporels pour le rejet des perturbations sur les sorties. (*logiciel disponible sous demande par e-mail*)
2. Développement du logiciel PolyRMPC (présenté à la conférence IEEE MSC 2013). Fondé sur une architecture de Programmation Orientée Objet, avec une nouvelle interface plus pratique, ce logiciel reprend les fonctionnalités du logiciel MIMOptMPC et a l'avantage de pouvoir gérer des incertitudes polytopiques. (*logiciel disponible sous demande par e-mail*)
3. Relecteur d'environ 80 articles :
 - *articles de conférence* :
 - IFAC World Congress
 - IEEE Conference on Decision and Control
 - IEEE Multiconference on Systems and Control
 - American Control Conference
 - IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics
 - European Control Conference
 - Mediterranean Conference on Control & Automation
 - IFAC Workshop on Time-Delay Systems
 - International Conference on Control, Automation and Systems
 - CONTROL 2010
 - International Conference on System Theory and Control
 - International Conference on System Theory, Control and Computing
 - Conférence Internationale Francophone d'Automatique

-
- International Work-Conference on Artificial Neural Networks

- *articles de journal* :

- IEEE Transaction on Control Systems Technology
- Journal Européen des Systèmes Automatisés
- Journal of Control Engineering and Applied Informatics
- ACTA Press – Control and Intelligent Systems
- Optimal Control, Applications and Methods
- International Journal of Robust and Nonlinear Control
- International Journal of Systems Science

- *projet de recherche* “National Research Funding Competition” de l’organisme de financement de la recherche du gouvernement chilien FONDECYT.

1.6.5 Administration liée à la recherche (coordinateur de projet, chef d’équipe/labo, etc.)

1.6.5.1 Projet finalisé

1. Participation au projet 091-AO09-1006 de la Fondation d’Entreprise EADS

- Sujet : “Systèmes dynamiques coopératifs avec contraintes de communication et limites de viabilité”
- Durée : 3 ans à partir de 2010
- Coordonateur : S. Olaru
- Organisme financier : Fondation d’Entreprise EADS
- Objectif de la collaboration : Financement de la thèse de I. Prodan. Une description des résultats obtenus pendant ces travaux est proposée dans le Chapitre 4.
- Participants : I. Prodan, S. Olaru, C. Stoica, S.-I. Niculescu.

1.6.5.2 Projet en cours

1. Coordinateur du projet bilatéral PHC Pessoa 28750QA

- Sujet : “Commande avancée d’une flotte de véhicules autonomes hétérogènes”
- Durée : 2 ans à partir de 2013

-
- Collaboration : Université de Porto (FEUP), Portugal
 - Correspondant : Fernando Lobo Pereira
 - Organisme financier : Campus France
 - Objectif de la collaboration : L'objectif du projet est d'explorer les liens entre trois problèmes théoriques importants : la commande coopérative, la commande tolérante aux défauts et la commande tolérante aux retards de communication, appliqués aux formations de véhicules. Le projet est organisé en quatre étapes sur deux ans.
 - Étape 1 : Commande coopérative des formations de systèmes hétérogènes (Janvier 2013 - Juillet 2013) Dans un contexte prédictif, des premiers résultats sur les problèmes de suivi de type "trajectory following" et "path following" pour des systèmes non holonomes ont été obtenus.
 - Étape 2 : Formation de systèmes multi-agents en présence de retard variable (Juillet 2013 - Décembre 2013) Lors des essais expérimentaux d'implantation de lois de commande prédictive sous contraintes sur des drones appartenant au laboratoire portugais, un défi a été donné par la présence du retard dans la communication entre le drone et le sol. L'étude du comportement du système corrigé en présence de retard fait l'objet de l'étude dans la deuxième phase du projet.
 - Étape 3 : Détection de défauts et commande tolérante aux défauts pour formations d'agents (Janvier 2014 - Juin 2014) Cette étape porte sur la détection des défauts en temps réel et isolation des défauts sur un système et sur une formation des plusieurs systèmes, tout en garantissant la sécurité de la mission malgré les éventuels défauts. La reconfiguration de la formation en cas de la détection des défauts est un sujet à explorer également.
 - Étape 4 : Navigation coopérative (Juin 2014 - Décembre 2014) La dernière étape du projet a comme objectifs la navigation coopérative dans l'environnement sous des contraintes dures de communication, contraintes temporelles et spatiales, avec la prise en compte de la localisation des autres véhicules, l'analyse des résultats obtenus pendant ce projet, ainsi que l'investigation des nouvelles pistes de recherche collaborative entre les partenaires français et portugais.
 - Participants : C. Stoica, S. Olaru, S.-I. Niculescu, I. Prodan, N. Stankovic, M.T. Nguyen, F. Lobo Pereira, F. Fontes, J. Borges de Sousa, R. Bencatel, S.P. Baliyarasimhuni, P. Calado, M. Nogueira

1.6.5.3 Projets soumis

1. Coordinateur du projet bilatéral PHC Van Gogh (*soumis en 2014*)

- Sujet : “Techniques de commande avancées pour une meilleure coordination des réseaux de transport intermodal dans les zones portuaires”

- Durée : 2 ans à partir de 2015

- Collaboration : TU Delft, Pays-Bas

- Correspondant : Rudy Negenborn

- Organisme financier : Campus France

- Objectif de la collaboration : Ce projet collaboratif se propose de développer des techniques de commande avancées sur des réseaux de transport intermodal de grande taille. Une manière *globale* de transport impliquant plusieurs formes de transport de containers (sur des navires, des camions, des trains, ...) prises en compte simultanément s'impose dans le cadre des réseaux de transport intermodal de grande taille. Un tel regard nécessite une compréhension approfondie des phénomènes liés au transport, ainsi que des techniques de commande des systèmes de grande taille. Des techniques de commande distribuées sont de plus en plus appliquées à ce type de systèmes. Dans ce contexte *distribué*, la coordination et le calcul itératif ont lieu avant la prise de décisions. Un aspect décisif consiste à prendre en compte les retards de communication. En effet des retards variables apparaissent fréquemment dans les boucles de commande implantées sur des systèmes réels en raison de l'utilisation simultanée de diverses technologies de communication et stratégies de commande. L'association des domaines complémentaires de connaissance scientifique des deux équipes a comme but final d'optimiser les flux dans les réseaux de transport intermodal.

- Participants : C. Stoica, S. Olaru, S.-I. Niculescu, A. Nguyen, M.T. Nguyen, R. Negenborn, G. Lodewijks, F. Corman, L. Li, J. Xin, H. Zheng

2. Participation dans le projet CAPES-COFECUB (*soumis en 2014*)

- Sujet : “Défis Technologiques des Réseaux d'Energie. De la théorie à la réalité des SmartGrids”

- Durée : 4 ans à partir de 2015

-
- Collaboration : France (Ecole Centrale de Lille, Supélec, LSS/CNRS)
 - Brésil (Université Polytechnique de Sao Paulo, Université Fédérale de Rio de Janeiro, Université de Fortaleza, Ceara)
 - Coordinateurs de projet : Bruno François (Ecole Centrale de Lille), Giovanni Manassero Junior (Université Polytechnique de Sao Paulo)
 - Organisme financier : Campus France
 - Objectif de la collaboration : Ce projet collaboratif a été soumis dans le cadre d'un Laboratoire International Associé (LIA). Plusieurs thématiques sont abordées dans le cadre des réseaux d'électricité, parmi lesquelles se trouve la commande (centralisée et décentralisées) et l'optimisation des réseaux électriques, la détection et la localisation des défauts dans les réseaux de distribution d'électricité, l'optimisation du pilotage d'un parc d'énergie renouvelable avec stockage etc. Des thèses en cotutelle franco-brésilienne sont prévues, avec des déplacements entre les laboratoires concernés.
 - Participants : environ 28 enseignants-chercheurs, dont 4 enseignants-chercheurs du Département Automatique de Supélec

1.7 Encadrement

1.7.1 Thèses

1. **Vu Tuan Hieu Le** (2009 - 2012) :

- Titre : “Commande prédictive robuste par des techniques d’observateurs à base d’ensembles zonotopiques”
- Directeur de thèse : Didier Dumur
- Encadrement : Cristina Stoica (70%), Didier Dumur (30%), en collaboration avec Teodoro Alamo (Université de Séville), Eduardo F. Camacho (Université de Séville)
- Financement : contrat doctoral de l'Ecole Doctorale STITS de l'Université Paris XI-Supélec
- Thèse soutenue le 22 Octobre 2012, à SUPELEC
- *4 articles de conférence et 2 articles de revues*

2. **Ionela Prodan** (2009 - 2012) :

-
- Titre : “Commande des systèmes dynamiques Multi-Agents en présence de contraintes”
 - Directeur de thèse : Sorin Olaru
 - Encadrement : Cristina Stoica (30%), Sorin Olaru (40%), Silviu-Iulian Niculescu (30% – CNRS)
 - Financement : Fondation d’Entreprise EADS
 - Thèse soutenue le 3 Décembre 2012, à SUPELEC
 - *8 articles de conférence, 3 articles de revue, 2 chapitres de livre*
 - *Finaliste du prix “2013 EECI PhD award”, parmi les trois thèses européennes de la section “Control for Complex and Heterogeneous Systems”*

3. **Sofiane Ben Chabane** (2012 - ...) :

- Titre : “Techniques de commande tolérantes aux défauts pour systèmes incertains”
- Directeur de thèse : Didier Dumur
- Encadrement : Cristina Stoica (70%), Didier Dumur (30%), en collaboration avec Teodoro Alamo (Université de Séville), Eduardo F. Camacho (Université de Séville)
- Financement : contrat doctoral de l’Ecole Doctorale STITS de l’Université Paris XI-Supélec
- Thèse en cours, débutée en octobre 2012
- *4 articles de conférence acceptés*

4. **Minh Tri Nguyen** (2013 - ...) :

- Titre : “Commande prédictive tolérante aux défauts pour systèmes dynamiques multi-agents”
- Directeur de thèse : Cristina Stoica
- Encadrement : Cristina Stoica (50% pour la première année, 75% à partir de la deuxième année), Sorin Olaru (50% pour la première année, 25% à partir de la deuxième année)
- Financement : contrat doctoral de l’Ecole Doctorale STITS de l’Université Paris XI-Supélec
- Thèse en cours, débutée en octobre 2013
- *2 articles de conférence acceptés*

5. **Marjorie Cosson** (2013 - ...) :

- Titre : “Stabilité du réseau de distribution électrique – Analyse du point de vue automatique d’un système complexe”
- Directeurs de thèse : Didier Dumur, Hervé Guéguen
- Encadrement : Cristina Stoica (50%), Didier Dumur (20%), Hervé Guéguen (30% – SUPELEC Rennes), en collaboration avec Gilles Malarange (EDF R&D), Vincent Gabrion (EDF R&D)
- Financement : Fondation SUPELEC, dans le cadre de l’Institut RISEGrid
- Thèse en cours, débutée en octobre 2013
- *1 article de conférence soumis*

1.7.2 Stage de Doctorat

1. **Ibrahim Mekki** (Janvier 2012)

- Titre : “Commande prédictive d’une colonne de distillation”
- Encadrement : Cristina Stoica, Pedro Rodríguez-Ayerbe

1.7.3 Stages de Master

1. **Emanuel Dogaru** (Avril - Juillet 2011)

- Titre : “Robustification de lois de commande. Application à un robot multiaxe d’imagerie médicale”
- Encadrement : Cristina Stoica, Emmanuel Godoy
- *1 article de conférence*

2. **Bogdan Arama** (Mai - Juillet 2010)

- Titre : “LMI et lois de commande tolérantes aux défauts”
- Encadrement : Cristina Stoica, Sorin Olaru

1.7.4 Stages de fin d’études

1. **Ion Ghita** (Avril - Juillet 2012)

- Titre : “Commande optimale de systèmes multi-agents : application à l’évolution et au comportement de piétons dans une foule”
- Encadrement : Ionela Prodan, Sorin Olaru, Cristina Stoica

2. **Valentin Preda** (Avril - Juillet 2011)

- Titre : “Robustification of Multivariable Model Predictive Control. Development of a MATLABTMToolbox”

- Encadrement : Cristina Stoica, Pedro Rodríguez-Ayerbe, Didier Dumur

- *1 article de conférence*

3. **Emanuel Dogaru** (Avril - Juillet 2010)

- Titre : “Robustification de lois de commande. Application à un robot multiaxe d’imagerie médicale”

- Encadrement : Cristina Stoica, Emmanuel Godoy

1.7.5 Co-encadrement d’élèves de 3ème année de SU-PELEC dans le cadre des Conventions d’Etude Industrielle (CEI)

1. **Etude SIERA** (Octobre 2013 - Mars 2014)

- Etudiants : Ondine Beaufils, Nicolas Hélène, Michel Wehbe

- Titre : “Modélisation et conception d’une loi de commande pour un drone multi-rotor pour des applications radar”

- Encadrement : Cristina Stoica, Sihem Tebbani, Maria Makarov

- *Rapport SIERA*

2. **Etude CNES** (Octobre 2012 - Mars 2013)

- Etudiants : Marine Davrinche, Etienne Bazile, Jérémy Benichou

- Titre : “Méthodes de résolution pour l’optimisation de trajectoire”

- Encadrement : Cristina Stoica, Sihem Tebbani

- *Rapport CNES*

3. **Etude EDF** (Octobre 2011 - Mars 2012)

- Etudiants : Richard Chen, Xinchang Liu

- Titre : “Estimation de paramètres variables pour la surveillance des centrales hydroélectriques participant au réglage de fréquence”

- Encadrement : Cristina Stoica, Guillaume Sandou

- *Rapport EDF*

4. **Etude Renault** (Octobre 2010 - Mars 2011)

- Etudiants : Thomas Charpentier, Luc Tarlet, Bilal Komati
- Titre : “Modélisation, identification et optimisation d’une loi de commande pour la traction de véhicules électriques”
- Encadrement : Cristina Stoica, Emmanuel Godoy
- *Rapport Renault*

5. **Etude Sagem** (Octobre 2009 - Mars 2010)

- Etudiants : Bruno De Araujo, Nicolas Henwood, Charles Petracco
- Titre : “Modélisation, identification et commande d’un convertisseur à résonance”
- Encadrement : Cristina Stoica, Emmanuel Godoy
- *Rapport Sagem*

6. **Etude Hispano-Suiza** (Octobre 2008 - Mars 2009)

- Etudiant : Frederic Michaud
- Titre : “Modélisation, identification et commande d’un convertisseur à résonance”
- Encadrement : Cristina Stoica, Emmanuel Godoy
- *Rapport Hispano-Suiza*

1.7.6 Tutrice des élèves de 3ème année de SUPELEC à l’étranger

1. **Fanny Boubée De Gramont** (2014 - 2015)

- Université d’accueil : Ecole Polytechnique Montréal, Canada
- Spécialisation : Master en “Génie Biomédical”

2. **Raphaël Doyen** (2013 - 2014)

- Université d’accueil : Imperial College London, Royaume-Uni
- Spécialisation : Master en Statistique

3. **Valentin Fort** (2013 - 2015)

- Université d’accueil : Danmarks Tekniske Universitet (DTU), Danemark
- Spécialisation : Master en “Engineering Management”

4. **Thibaut Gluckler** (2012 - 2013)

- Université d'accueil : Cranfield, Royaume-Uni
- Spécialisation : Master dans le domaine aérospatial

5. **Martin Brochard** (2012 - 2013)

- Université d'accueil : Imperial College London, Royaume-Uni
- Spécialisation : Master en "Advanced Computational Methods for Aeronautics, Flow Management and Fluid-Structure Interaction"

6. **Stephane Bouhana** (2011 - 2012)

- Université d'accueil : Columbia University Graduate School of Arts and Sciences, Etats-Unis
- Spécialisation : Master en Mathématiques financières

1.7.7 Tutrice des stages des élèves de 3ème année de SUPELEC

1. **Diana Steinecke** (Avril 2014 - Septembre 2014)

- Entreprise : Audi AG, Ingolstadt, Allemagne
- Titre stage : "Détermination de la température de soufflage dans la climatisation dans la voiture"

2. **Aurélien Lucas** (Avril 2014 - Septembre 2014)

- Entreprise : Airbus Helicopters, Donauwörth, Allemagne
- Titre stage : "Analyse de données d'essais en vol"

3. **Tristan de Rallier du Baty** (Avril 2013 - Septembre 2013)

- Université : Nanjing, Chine
- Titre stage : "Contrôle de poussée de micro-turbines"

4. **Valentin Demange** (Avril 2013 - Septembre 2013)

- Université : Nanjing, Chine
- Titre stage : "Progressive fault accommodation design with application to flight control system"

-
5. **Louis Georget** (Avril 2013 - Septembre 2013)
 - Entreprise : Liebherr Machines Bulle SA, Suisse
 - Titre stage : “Développement d’algorithmes de test pour les systèmes de contrôle moteur”
 6. **Tanguy Hoang** (Avril 2013 - Septembre 2013)
 - Entreprise : Impulse Partners, La Défense
 - Titre stage : “Conseil en stratégie et en management”
 7. **Stéphane Bouhana** (Juillet 2012 - Décembre 2012)
 - Entreprise : BNP Paribas, Hong-Kong
 - Titre stage : “Pricing exotique”
 8. **Matthieu Rousselin** (Avril 2012 - Septembre 2012)
 - Entreprise : Capgemini Consulting, La Défense
 - Titre stage : “Conseil en management dans la section transformation des entreprises”
 9. **Xinchang Liu** (Avril 2012 - Septembre 2012)
 - Université : Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne (EPFL), Suisse
 - Titre stage : “Systèmes piézo-électrique pour positionnement de petites pièces”
 10. **Bastien Joly** (Avril 2011 - Septembre 2011)
 - Entreprise : Thales Transport Signalling & Security Solutions, Vélizy
 - Titre stage : “Développement du pilotage automatique des trains”
 - Co-encadrement : E. Godoy

1.7.8 Collaborations industrielles

1. **Contrat Fondation d’Entreprise EADS - SUPELEC** (2010 - 2013)
 - Titre : “Systèmes dynamiques coopératifs avec contraintes de communication et limites de viabilité”
 - Participation : Cristina Stoica, Sorin Olaru, Silviu Niculescu, Ionela Prodan

- *Rapports annuels*

2. **Contrat Renault** (2010 - 2012)

- Titre : “Commande des machines à reluctance variable”
- Participation : Cristina Stoica, Didier Dumur, Emmanuel Godoy
- *Rapport Comeete*

1.8 Synthèse des travaux et description des principaux résultats, projets, perspectives

Mes travaux de recherche ‘post thèse’ s’inscrivent dans le contexte général de la commande prédictive des systèmes incertains. Dans ce cadre, trois axes principaux peuvent se distinguer : la robustification des lois de commande prédictives des systèmes avec incertitudes, l’estimation ensembliste des systèmes incertains et la commande prédictive des systèmes multi-agents.

1.8.1 Robustification des lois de commande prédictives des systèmes avec incertitudes

a. Description des principaux résultats : Cet axe s’inscrit dans la continuité de mes travaux de thèse. Il s’agit de la robustification des lois de commande prédictives des systèmes multivariables soumis à des incertitudes non-structurées et structurées, à des perturbations et des bruits de mesure. Plusieurs applications de ces lois de commande prédictives robustifiées ont été réalisées :

1. une application sur un modèle d’un robot médical multi-axes en collaboration avec Omar Al Assad (General Electric Healthcare) et Emmanuel Godoy [C29], [C30], [C20] ;
2. une application sur un modèle d’une centrale électrique au charbon en collaboration avec Vincent Wertz (Université Catholique de Louvain) [C27] ;
3. une application sur un système de gestion de production en collaboration avec Manuel R. Arahal (Université de Séville) et Daniel Rivera (Arizona State University) ; ces travaux ont été publiés dans l’article [C28] et récompensés par le prix “General Chairs’ Recognition Award for Interactive Papers” de la conférence 48th IEEE Conference on Decision and Control and 28th Chinese Control Conference.

Du point de vue théorique, de nouvelles pistes ont été explorées : développement des lois de commande prédictives robustifiées des systèmes à retard [C28], développement d’algorithmes permettant de réduire le conservatisme lié à la résolution de problèmes de type Inégalités Bilinéaires Matricielles (BMI) [C22], [C26]. Une boîte à outils MATLAB[®] permettant une implantation simplifiée de lois de commande prédictives robustifiées face à plusieurs type d’incertitudes a été également développée [C8].

b. Collaborations : Université de Séville (Espagne), Arizona State University (Etats Unis), Université Catholique de Louvain (Belgique), Norwegian University of Science and Technology (Norvège), General Electric Healthcare.

c. Perspectives : Plusieurs directions ont émergé de ces travaux : analyser la dépendance non-linéaire du retard et synthétiser des lois de commande prédictives robustes pour ce type de systèmes à retard (poursuite de la collaboration avec les laboratoires de recherche impliqués en Espagne et aux Etats Unis), tester les algorithmes de résolutions de BMI sur plusieurs problèmes de façon à en améliorer leurs performances (poursuite des travaux de recherche communs avec les laboratoires de recherche impliqués en Belgique).

1.8.2 Estimation ensembliste des systèmes incertains

a. Description des principaux résultats : Initié en 2008, cet axe, nouveau par rapport à mes travaux précédents, a démarré à l’occasion de mes séjours sabbatiques à l’Université de Séville, au cours desquels j’ai commencé à étudier les systèmes soumis à des incertitudes par intervalle. Dans ce contexte, une première thèse en co-encadrement a permis de développer des techniques d’estimation d’état des systèmes incertains (co-encadrement avec Didier Dumur, Teodoro Alamo (Université de Séville), Eduardo F. Camacho (Université de Séville)).

Dans une première étape, une méthode d’estimation d’état élabore à chaque instant un ensemble zonotopique garanti contenant l’état du système soumis à la présence de perturbations, de bruits de mesure et d’incertitudes paramétriques définies par intervalle. Cette méthode (développée tout d’abord pour des systèmes mono-sortie et ensuite étendue au cas des systèmes multi-sorties) est fondée sur la minimisation du P -rayon d’un zonotope, réalisant un bon compromis entre la complexité et la précision de l’estimation [J2], [C10], [C15], [C16], [C23]. La publication de ces résultats dans la prestigieuse revue Automatica mérite d’être soulignée.

Une deuxième étape considère ensuite la problématique de la commande prédictive robuste sous contraintes pour des systèmes incertains [J5], [B1], [C18]. Plus précisément, des techniques robustes fondées sur des tubes de trajectoire ont été développées. Dans ce cas, le recours à un observateur en-

sembliste à base de zonotopes a permis d'améliorer la qualité de l'estimation, ainsi que la performance de la commande, dans le cas de systèmes soumis à des perturbations et des bruits de mesure inconnus, mais bornés. Cette combinaison de l'estimation ensembliste et de la commande prédictive robuste a été testée en simulation sur un système de suspension magnétique [J5], [B1].

Une deuxième thèse "Techniques de commande tolérantes aux défauts pour systèmes incertains" a été initiée en 2012, avec les mêmes personnes encadrantes. Cette nouvelle thèse a déjà permis d'obtenir des premiers résultats sur la comparaison des techniques d'estimation d'état à base d'ensembles zonotopiques et ellipsoïdaux pour des systèmes soumis à des incertitudes par intervalle. A partir de ces résultats, des techniques de détection de défauts sont en cours de développement.

b. Collaboration : Université de Séville (Espagne)

c. Perspectives : Plusieurs pistes sont envisagées. Une première piste consiste à élaborer des stratégies de commande prédictives à base de tube de trajectoire pour des systèmes affectés par des incertitudes par intervalle.

Des extensions de l'approche d'estimation ensembliste proposée pourront également s'envisager dans le cadre des systèmes non-linéaires et/ou à retard. Les techniques développées seront mises en oeuvre et validées en simulation et éventuellement expérimentalement sur un système consistant en un processus de réfrigération à base de panneaux solaires disponible au Département d'Ingénierie des Systèmes et d'Automatique de l'Université de Séville, pour lequel des modèles identifiés sont déjà disponibles. Une perspective à court terme consiste à assurer la visibilité de ces travaux de recherche au sein du Groupe de Travail MEA (Méthodes Ensemblistes pour l'Automatique) du GDR MACS (Groupe de Recherche Modélisation, Analyse et Conduite des Systèmes Dynamiques).

Les techniques d'estimation ensemblistes auront également pour but de détecter la dégradation du comportement du système sous l'effet de certains défauts. A partir de ces informations, l'étape suivante sera de développer une loi de commande tolérante aux défauts et suffisamment robuste vis-à-vis des incertitudes. Des collaborations avec le Laboratoire des Signaux et Systèmes (LSS-CNRS) et l'Université de Newcastle (Australie) sont envisagées.

1.8.3 Commande prédictive des systèmes multi-agents

a. Description des principaux résultats : Initié en 2009, cet axe est également nouveau par rapport à mes travaux précédents. Une thèse a été co-encadrée avec Sorin Olaru et Silviu-Iulian Niculescu (Laboratoire des Signaux et Systèmes CNRS), avec un financement de la Fondation d'Entreprise EADS. Dans le contexte de la commande prédictive, cette thèse introduit de nou-

velles pistes de recherche liées à la commande sous contraintes des systèmes multi-agents [J4], [J7], [L1], [L2], [C13], [C17], [C19], [C21], [C24], [C25]. Les concepts tels que la théorie des ensembles, la platitude, la commande prédictive, la programmation mixte en nombres entiers (Mixed-Integer Programming - MIP) ont été revisités dans le cadre de ces travaux de recherche. Le problème de conception de formation d'agents et les conditions d'évitement des collisions entre les différents agents et les éventuels obstacles ont été formulés comme des problèmes géométriques et d'optimisation. Une collaboration sur l'analyse de l'existence et de l'unicité de configurations de formation de systèmes multi-agents a été consolidée avec George Bitsoris (Université de Patras) [C11], [C14]. Des applications à la commande et la navigation de véhicules aériens sans pilote (UAVs) ont été réalisées en collaboration avec l'Université de Porto [C9], [C12]; les résultats les plus importants de ces essais pratiques ont été publiés dans la revue *Control Engineering Practice* [J3].

b. Collaborations : Laboratoire des Signaux et Systèmes LSS-CNRS, Fondation EADS, Université de Porto (Portugal), Université de Patras (Grèce)

c. Perspectives : Plusieurs directions sont possibles. Dans une première étape, des améliorations peuvent être apportées concernant l'étude des formations multi-agents en présence de défauts. Ensuite, il sera intéressant d'étudier la prise en compte du retard de communication entre les agents dans la loi de commande. Une piste applicative consiste à faire voler plusieurs drones en formation afin de valider toutes les théories développées au cours de ces travaux de recherche, en collaboration avec l'équipe portugaise.

1.8.4 Autres perspectives et projets en cours

Une dérogation pour encadrer la thèse “Commande prédictive tolérante aux défauts pour systèmes dynamiques multi-agents” a été obtenue, en continuité de mes axes de recherche. Cette thèse débutée en Octobre 2013 est co-encadrée avec Sorin Olaru. Cette problématique vise les missions de sauvetage, qui impliquent l'allocation des tâches des agents, la planification de trajectoire, la commande en temps réel sous contraintes et incertitudes, la reorganisation de la formation des agents en cas de perte d'un ou plusieurs agents, dans un contexte où la sécurité des missions est prioritaire. Ainsi les techniques développées seront essentiellement construites sur la redondance des capteurs nécessaires pour le diagnostic et la commande tolérante aux défauts pour les systèmes multi-agents.

Une nouvelle thèse sur la “Stabilité du réseau de distribution électrique - Analyse du point de vue automatique d'un système complexe” a débuté en Octobre 2013 dans le cadre de l'Institut RISEGrid SUPELEC EDF, co-

encadrée avec Didier Dumur, Hervé Guéguen (SUPELEC Rennes), Gilles Malarange (EDF R&D) et Vincent Gabrion (EDF R&D). Ce sujet permettra à la fois une ouverture du point de vue théorique vers la modélisation et l’analyse de stabilité et de robustesse des systèmes de systèmes (“Systems of Systems” – SoS) et une ouverture du point de vue application industrielle dans les domaines de la production décentralisée d’énergie, de la distribution de l’énergie dans le contexte des énergies renouvelables. Elle reste malgré tout en cohérence avec mon axe de recherche lié à la commande de systèmes complexes incertains.

Plusieurs projets viennent tout juste de débiter ou s’inscrivent dans une perspective proche. Ainsi, un projet de collaboration franco-portugais PHC Pessoa 2013 sur la “Commande avancée d’une flotte de véhicules autonomes hétérogènes” a démarré en Janvier 2013 pour une durée de deux ans, en collaboration avec Fernando Lobo Pereira et Fernando Fontes (Université de Porto). Ce projet a pour but la commande coopérative des formations de systèmes hétérogènes en présence de retard variable, en restant cohérent avec le cadre de recherche présenté et avec des ouvertures vers les systèmes multi-agents à retard.

Le projet PHC RILA 2013-2014 en collaboration avec Alexandra Grancharova et Anna Lekova de l’Académie de Science Bulgare a pour but le développement de lois de commande pour des systèmes dynamiques de grande dimension, avec un fort accent sur les stratégies de commande prédictive distribuée. Une visite du laboratoire partenaire a été réalisée en Février 2014 dans le cadre de ce projet.

Le projet transversal SIERA (SONDRA Innovative Embedded Radar Aircraft) de trois ans entre plusieurs départements de SUPELEC et NUS (National University of Singapore) a démarré en Octobre 2013. Ce projet permettra d’obtenir de nouveaux résultats (sur la modélisation et les lois de commande avancées) validés expérimentalement sur plusieurs drones multi-hélices (Ok-tokopter) de différentes tailles.

Une candidature pour un projet de collaboration franco-néerlandais PHC Van Gogh 2015 “Techniques de commande avancées pour une meilleure coordination des réseaux de transport intermodal dans les zones portuaires” sera déposée en juin 2014, en collaboration avec Rudy Negenborn. Ce projet permettra de faire émerger de nouvelles perspectives fondées sur des lois de commande prédictives pour des réseaux de transport intermodal. Une participation conjointe avec les partenaires néerlandais, portugais et espagnols à un projet de recherche au niveau européen Horizon 2020 est également envisagée.

L’implication dans ces projets permet d’élargir mon domaine de recherche ainsi que le réseau des collaborations.

1.9 Liste de publications

1.9.1 Articles dans des revues internationales avec comité de lecture

- [J1] S. Ben Chabane, **C. Stoica Maniu**, T. Alamo, E.F. Camacho, D. Dumur, “Ellipsoidal guaranteed state estimation for uncertain linear systems”, *en cours de préparation pour Automatica*.
- [J2] V.T.H. Le, **C. Stoica**, T. Alamo, E.F. Camacho, D. Dumur, “Zonotopic guaranteed state estimation for uncertain systems”, *Automatica*, no. 49(1), pp. 3418-3424, 2013. (*impact factor 2,919*)
- [J3] I. Prodan, S. Olaru, R. Bencatel, J. Borges de Sousa, **C. Stoica**, S.-I. Niculescu, “Receding horizon flight control for trajectory tracking of autonomous aerial vehicles”, *Control Engineering Practice*, vol. 21, no. 10, pp. 1334-1349, DOI 10.1016/j.conengprac.2013.05.010, 2013. (*impact factor 1,669*)
- [J4] I. Prodan, S. Olaru, **C. Stoica**, S.-I. Niculescu, “Predictive Control for Trajectory Tracking and Decentralized Navigation of Multi-Agent Formations”, *Journal of Applied Mathematics and Computer Science (AMCS)*, vol. 23, no. 1, pp. 91-102, DOI 10.2478/amcs-2013-0008, 2013. (*impact factor 1,008*)
- [J5] V.T.H. Le, **C. Stoica**, D. Dumur, T. Alamo, E.F. Camacho, “Commande prédictive robuste par des techniques d’observateurs basées sur des ensembles zonotopiques”, *Journal Européen des Systèmes Automatisés (JESA)*, no. 2-3/2012, pp. 235-250, DOI 10.3166/jesa.46.235-250, ISSN 1269-6935, 2012.
- [J6] **C. Stoica**, P. Rodríguez-Ayerbe, D. Dumur, “Robustification hors ligne des lois de commande prédictives multivariées”, *Journal Européen des Systèmes Automatisés (JESA)*, no.2-3/2012, pp. 213-234, DOI 10.3166/jesa.46.213-234, ISSN 1269-6935, 2012.
- [J7] I. Prodan, S. Olaru, **C. Stoica**, S.-I. Niculescu, “Path following with collision avoidance and velocity constraints for multi-agent group formations”, *Annals of the University of Craiova, Series : Automation, Computers, Electronics and Mechatronics*, ISSN 1841-0626, volume 7(34) no.2, pp. 33-38, 2010.

-
- [J8] **C. Stoica**, P. Rodríguez-Ayerbe, D. Dumur. “Off-line method for improving robustness of Model Predictive Control laws”, *Control Engineering and Applied Informatics*, Vol. 9, No. 3-4, pp. 76-83, ISSN 1454-8658, décembre 2007. (*impact factor 0,228*)

1.9.2 Livre

- [B1] V.T.H. Le, **C. Stoica**, T. Alamo, E.F. Camacho, D. Dumur, “Zonotopes : from guaranteed state estimation to control”, *ISTE Ltd and John Wiley & Sons, Inc.*, ISBN : 1-84821-589-4, 2013.

1.9.3 Chapitres de livres

- [L1] I. Prodan, S. Olaru, **C. Stoica**, S.-I. Niculescu, Chapitre “On the Tight Formation for Multi-Agent Dynamical Systems”, Livre “Agents and Multi-Agent Systems - Technologies and Applications - 6th KES International Conference, KES AMSTA 2012”, *Springer*, DOI 10.1007/978-3-642-30947-2, ISSN 0302-9743, ISBN 978-3-642-30946-5, pp. 554-565, 2012.
- [L2] I. Prodan, F. Stoican, S. Olaru, **C. Stoica**, S.-I. Niculescu, Chapitre 18 “Mixed-Integer Programming Techniques in Distributed MPC Problems” du livre “DMPC Made Easy”, pp. 273-288, *Springer*, 2013.

1.9.4 Articles dans des conférences internationales avec comité de lecture

- [C1] M.T. Nguyen, **C. Stoica Maniu**, S. Olaru, A. Grancharova, “Fault Tolerant Predictive Control for Multi-Agent dynamical Systems : formation reconfiguration using set-theoretic approach”, *Proceedings of the 2nd International Conference on Control, Decision and Information Technologies*, Metz, France, 3-5 novembre 2014.
- [C2] M.T. Nguyen, **C. Stoica Maniu**, S. Olaru, A. Grancharova, “About formation reconfiguration for Multi-Agent dynamical Systems”, *Proceedings of Conference on Automatics and Informatics*, Sofia, Bulgarie, pp. I-141–I-144, 1-3 octobre 2014.
- [C3] A. Grancharova, S. Olaru, G. Sandou, **C. Stoica**, P. Rodríguez, “Distributed Model Predictive Control of a hydro-power valley by dual decomposition”, *Proceedings of Conference on Automatics and Informatics*, Sofia, Bulgarie, pp. I-149–I-152, 1-3 octobre 2014.

-
- [C4] S. Ben Chabane, **C. Stoica Maniu**, T. Alamo, E.F. Camacho, D. Dumur, “Ellipsoidal state estimation for systems with interval uncertainties”, Proceedings of the *IEEE 53rd Conference on Decision and Control*, Los Angeles, California, Etats-Unis, 15-17 décembre 2014.
- [C5] S. Ben Chabane, **C. Stoica Maniu**, T. Alamo, E.F. Camacho, D. Dumur, “Sensor fault detection and diagnosis using zonotopic set-membership estimation”, Proceedings of the *22nd Mediterranean Conference on Control and Automation*, Palermo, Italie, pp. 261-266, 16-19 juin, 2014. (*taux de sélection 77%*)
- [C6] S. Ben Chabane, **C. Stoica Maniu**, T. Alamo, E.F. Camacho, D. Dumur, “Improved Set-Membership Estimation Approach based on Zonotopes and Ellipsoids”, Proceedings of the *13th European Control Conference (ECC)*, Strasbourg, pp. 993-998, 24-27 juin, 2014. (*taux de sélection 60%*)
- [C7] S. Ben Chabane, **C. Stoica Maniu**, T. Alamo, E.F. Camacho, D. Dumur, “A New Approach for Guaranteed Ellipsoidal State Estimation”, Proceedings of the *19th IFAC World Congress*, Cape Town, Afrique du Sud, pp. 6533-6538, 24-29 août, 2014. (*taux de sélection 76%*)
- [C8] V. Preda, **C. Stoica**, P. Rodríguez, D. Dumur, “PolyRMPC : a New Matlab Toolbox to Robustify Predictive Controllers under Unstructured and Structured Uncertainties”, Proceedings of the *IEEE Multi-Conference on Systems and Control (MSC)*, Hyderabad, India, pp. 328-333, 28-30 août 2013. (*taux de sélection 67%*)
- [C9] I. Prodan, S. Olaru, F. Fontes, **C. Stoica**, S.-I. Niculescu, “A predictive control-based algorithm for path following for autonomous aerial vehicles”, Proceedings of the *IEEE Multi-Conference on Systems and Control (MSC)*, Hyderabad, India, pp. 1042-1047, 28-30 août 2013. (*taux de sélection 67%*)
- [C10] V.T.H. Le, **C. Stoica**, T. Alamo, E.F. Camacho, D. Dumur, “Zonotope-based Set-Membership Estimation for Multi-Output Uncertain Systems”, Proceedings of the *IEEE Multi-Conference on Systems and Control (MSC)*, Hyderabad, India, pp. 212-217, 28-30 août 2013. (*taux de sélection 67%*)
- [C11] I. Prodan, G. Bitsoris, S. Olaru, **C. Stoica**, S.-I. Niculescu, “Constrained Control Design for Linear Systems with Geometric Adversary Constraints”, Proceedings of the *IFAC 5th Symposium on System Structure and Control*, Grenoble, pp. 815-820, 4-6 février 2013.

-
- [C12] I. Prodan, R. Bencatel, S. Oлару, J. Borges de Sousa, **C. Stoica**, S.-I. Niculescu, “Predictive Control for Autonomous Aerial Vehicles Trajectory Tracking”, Proceedings of the *IFAC Nonlinear Model Predictive Control Conference (NMPC)*, Noordwijkerhout, Pays-Bas, pp. 508-513, 23-27 août, 2012.
- [C13] I. Prodan, S. Oлару, **C. Stoica**, S.-I. Niculescu, “On the Tight Formation for Multi-Agent Dynamical Systems”, Proceedings of the *6th International KES Conference on Agents and Multi-agent Systems - Technologies and Applications (KES AMSTA)*, pp. 554-565, Dubrovnik, Croatie, 25-27 juin, 2012.
- [C14] I. Prodan, G. Bitsoris, S. Oлару, **C. Stoica**, S.-I. Niculescu, “On the Limit Behavior for Multi-Agent Dynamical Systems”, Proceedings of the *IFAC Workshop on Navigation, Guidance and Control of Underwater Vehicles (NGCUV 2012)*, Porto, Portugal, pp. 106-111, 10-12 avril, 2012.
- [C15] V.T.H. Le, **C. Stoica**, D. Dumur, T. Alamo, E.F. Camacho, “A Polynomial Matrix Inequality Approach for Zonotopic Set-Membership Estimation of Multivariable Systems”, Proceedings of the *20th Mediterranean Conference on Control and Automation*, pp. 18-23, Barcelone, Espagne, 3-6 juillet 2012.
- [C16] V.T.H. Le, T. Alamo, E.F. Camacho, **C. Stoica**, D. Dumur, “Zonotopic Set-Membership Estimation for Interval Dynamic Systems”, Proceedings of the *IEEE American Control Conference*, Montréal, Canada, pp. 6787-6792, 27 juin - 29 juin 2012.
- [C17] I. Prodan, S. Oлару, **C. Stoica**, S.-I. Niculescu, “Predictive Control for Trajectory Tracking and Decentralized Navigation of Multi-Agent Formations”, Proceedings of the *4th International Conference on Agents and Artificial Intelligence (ICAART)*, Vilamoura, Algarve, Portugal, pp. 209-214, 6 février - 8 février 2012.
- [C18] V.T.H. Le, **C. Stoica**, D. Dumur, T. Alamo, E.F. Camacho, “Robust Tube-Based Constrained Predictive Control via Zonotopic Set-Membership Estimation”, Proceedings of the *IEEE 50th Conference on Decision and Control and European Control Conference*, Orlando, Florida, Etats Unis, pp. 4580-4585, 12 décembre - 15 décembre 2011.
- [C19] I. Prodan, S. Oлару, **C. Stoica**, S.-I. Niculescu, “On the limit behavior of multi-agents systems”, Proceedings of the *8th International Confe-*

rence on Informatics in Control, Automation and Robotics (ICINCO), Noordwijkerhout, Pays-Bas, pp. 344-349, 28 juillet - 31 juillet 2011.

- [C20] E. Dogaru, **C. Stoica**, E. Godoy, “Robustified control of a multivariable robot”, Proceedings of the *8th International Conference on Informatics in Control, Automation and Robotics (ICINCO)*, Noordwijkerhout, Pays-Bas, pp. 290-299, 28 juillet - 31 juillet 2011.
- [C21] I. Prodan, S. Olaru, **C. Stoica**, S.-I. Niculescu, “Predictive Control for Tight Group Formation of Multi-Agent System”, Proceedings of the *18th IFAC World Congress*, Milan, Italie, pp. 138-143, 28 août - 2 septembre 2011. (*taux de sélection 68%*)
- [C22] E. Simon, P. Rodríguez-Ayerbe, **C. Stoica**, D. Dumur, V. Wertz, “LMIs-based coordinate descent method for solving BMIs in control design : A short survey & two improvements”, Proceedings of the *18th IFAC World Congress*, Milan, Italie, pp. 10180-10186, 28 août - 2 septembre 2011. (*taux de sélection 68%*)
- [C23] V.T.H. Le, T. Alamo, E.F. Camacho, **C. Stoica**, D. Dumur, “A new approach for guaranteed state estimation by zonotopes”, Proceedings of the *18th IFAC World Congress*, Milan, Italie, pp. 9242-9247, 28 août - 2 septembre 2011. (*taux de sélection 68%*)
- [C24] I. Prodan, S. Olaru, **C. Stoica**, S.-I. Niculescu, “Avoidance constraints and path following for Multi-Agent Systems”, Proceedings of the *International Conference on Control, Automation and Systems (ICCAS)*, Gyeonggi-do, Corée, 27-30 octobre, 2010.
- [C25] I. Prodan, S. Olaru, **C. Stoica**, S.-I. Niculescu, “Path following with collision avoidance and velocity constraints for multi-agent group formations”, Proceeding of the *14th International Conference on System Theory and Control*, Sinaia, Roumanie, 17-19 octobre, 2010.
- [C26] E. Simon, P. Rodríguez-Ayerbe, **C. Stoica**, D. Dumur, V. Wertz, “Fixed-order output-feedback control design for LTI Systems : a new algorithm to reduce conservatism”, Proceedings of the *19th International Symposium on Mathematical Theory of Networks and Systems (MTNS)*, pp. 1389-1391, Budapest, 5-9 juillet, 2010.
- [C27] E. Simon, **C. Stoica**, P. Rodríguez-Ayerbe, D. Dumur, V. Wertz, “Robustified optimal control of a coal-fired power plant”, Proceedings of the *IEEE American Control Conference*, Baltimore, Maryland, 29 juin-2 juillet, pp. 1217-1222, 2010.

-
- [C28] **C. Stoica**, M.R. Arahall, D.E. Rivera, P. Rodriguez-Ayerbe, D. Dumur. “Application of Robustified Model Predictive Control to a Production-Inventory System”, Proceedings of the *IEEE 48th Conference on Decision and Control and 28th Chinese Control Conference*, pp. 3993-3998, Shanghai, Chine, 16-18 décembre 2009. (*taux de sélection 47%*)
- [C29] **C. Stoica**, O. Al Assad, P. Rodriguez-Ayerbe, E. Godoy, D. Dumur, “Control of a flexible arm by means of robustified MPC”, Proceedings of the *European Control Conference*, pp. 2229-2234, Budapest, Hungary, 23-26 août 2009.
- [C30] **C. Stoica**, O. Al Assad, P. Rodriguez-Ayerbe, D. Dumur, E. Godoy. “Application of Robustified Model Predictive Control to a Medical Robot”, Proceedings of the *23th IAR Workshop on Advanced Control and Diagnosis*, pp. 180-185, Coventry, Royaume-Uni, 27-28 novembre 2008.
- [C31] **C. Stoica**, P. Rodríguez-Ayerbe, D. Dumur, S. Tebbani. “Towards Tractable Off-line Robustified Controllers for Uncertain Systems”, Proceedings of the *IEEE 10th International Conference on Control, Automation, Robotics and Vision*, pp. 2136-2141, Hanoi, Vietnam, décembre 2008. (*taux de sélection 50%*)
- [C32] **C. Stoica**, P. Rodríguez-Ayerbe, D. Dumur. “MIMOptMPC : a MATLAB Toolbox for Off-line Robustification of Multivariable MPC”, Proceedings of the *IEEE Multiconference on Systems and Control*, San Antonio, Texas, Etats-Unis, pp. 1259-1264, 3-5 septembre 2008. (*taux de sélection 72%*)
- [C33] E. Godoy, P. Aubin, **C. Stoica**, M. Coyaud, G. Kalvelage, “Régulation d’impédance d’un convertisseur de puissance de type Katium”, Proceedings of the *5ème Conférence Internationale Francophone d’Automatique*, Bucharest, Roumanie, 3-5 septembre 2008.
- [C34] **C. Stoica**, P. Rodríguez-Ayerbe, D. Dumur. “Off-line Robustification of Model Predictive Control for Uncertain Multivariable Systems”, Proceedings of the *17th IFAC World Congress*, pp. 7832-7837, Seoul, Corée, juillet 2008. (*taux de sélection 73%*)
- [C35] **C. Stoica**, P. Rodríguez-Ayerbe, D. Dumur. “Off-line Robustification of Predictive Control for Uncertain Systems : a Suboptimal Tractable Solution”, Proceedings of the *5th International Conference on Informatics in Control, Automation and Robotics*, pp. 264-268, Funchal, Portugal, mai 2008. (*taux de sélection 29%*)

-
- [C36] **C. Stoica**, P. Rodríguez-Ayerbe, D. Dumur. “Off-line Improvement of Multivariable Model Predictive Control Robustness”, Proceedings of the *IEEE 46th Conference on Decision and Control*, pp. 2826-2831, New-Orleans, L.A., Etats-Unis, décembre 2007. (*taux de sélection 66%*)
 - [C37] **C. Stoica**, P. Rodríguez-Ayerbe, D. Dumur. “Off-line Robustness Improvement of Predictive Control Laws in State-Space Description”, Proceedings of the *15th Mediterranean Conference on Control and Automation*, pp. 1-6, Athènes, Grèce, juin 2007. (*taux de sélection 78%*)
 - [C38] **C. Stoica**, P. Rodríguez-Ayerbe, D. Dumur. “Off-line Method for Improving Robustness of Model Predictive Control Laws”, Proceedings of the *16th International Conference on Control Systems and Computer Science*, Bucarest, Roumanie, mai 2007.
 - [C39] **C. Stoica**, P. Rodríguez-Ayerbe, D. Dumur. “Improved Robustness of Multivariable Model Predictive Control under Model Uncertainties”, Proceedings of the *4th International Conference on Informatics in Control, Automation and Robotics*, Angers, France, pp. 283-288, mai 2007. (*taux de sélection 60%*)

1.9.5 Posters, communications orales dans des conférences nationales et internationales

- [O1] M. Cosson, **C. Stoica Maniu**, D. Dumur, H. Guéguen, G. Malarange, V. Gabrion, “On the stability study of local reactive power regulations with respect to the voltage”, *Journée scientifique RISEGrid*, SUPELEC, Gif-sur-Yvette, 26 septembre 2014.
- [O2] M. Cosson, **C. Stoica Maniu**, D. Dumur, H. Guéguen, G. Malarange, V. Gabrion, “Analyse du point de vue automatique de la stabilité d’un système complexe”, *Réunion de suivi scientifique RISEGrid*, SUPELEC, Gif-sur-Yvette, 3 avril 2014.
- [O3] S. Ben Chabane, **C. Stoica Maniu**, D. Dumur, T. Alamo, E.F. Camacho, “Set-membership state estimation for uncertain systems based on zonotopes and ellipsoids”, *Journée commune du Groupe de Travail de Commande Prédictive Non Linéaire et du Groupe de Travail de Méthodes Ensemblistes pour l’Automatique*, Paris, 3 avril 2014.
- [O4] M. Cosson, **C. Stoica**, D. Dumur, H. Guéguen, G. Malarange, “Analyse du point de vue automatique de la stabilité d’un système complexe”,

Réunion de suivi scientifique RISEGrid, SUPELEC, Gif-sur-Yvette, 10 octobre 2013.

- [O5] **C. Stoica**, D. Dumur, H. Guéguen, G. Malarange, “Stabilité du réseau de distribution électrique. Analyse du point de vue automatique d’un système complexe”, *Réunion de suivi scientifique RISEGrid, SUPELEC, Gif-sur-Yvette, 9 avril 2013.*
- [O6] H. Le, **C. Stoica**, D. Dumur, T. Alamo, E.F. Camacho, “Estimation d’état à l’aide d’ensembles zonotopiques pour des systèmes incertains”, *Présentation Commission Automatique SUPELEC, 20 mars 2013.*
- [O7] I. Prodan, S. Olaru, **C. Stoica**, S.-I. Niculescu, “Predictive Control for Autonomous Aerial Vehicles Trajectory Tracking”, *Journée Envol Recherche de la Fondation d’entreprise EADS, Paris, 14 février 2013.*
- [O8] H. Le, **C. Stoica**, D. Dumur, T. Alamo, E.F. Camacho, “Commande prédictive robuste par des techniques d’observateurs à base d’ensembles zonotopiques”, *Groupe de Travail de Commande Prédictive Non Linéaire, Paris, 22 novembre 2012.*
- [O9] I. Prodan, S. Olaru, **C. Stoica**, S.-I. Niculescu, “Control of Multi-Agent Dynamical Systems in the Presence of Constraints”, *Groupe de Travail de Commande Prédictive Non Linéaire, Paris, 22 novembre 2012.*
- [O10] V.T.H. Le, **C. Stoica**, T. Alamo, E.F. Camacho, D. Dumur, “Guaranteed state estimation by zonotopes for systems with interval uncertainties”, *Small Workshop on Interval Methods, Oldenburg, Allemagne, 4-6 juin 2012.*
- [O11] I. Prodan, S. Olaru, **C. Stoica**, S.-I. Niculescu, “Optimal control for group formations of multi-agent dynamical systems”, *Présentation Commission Automatique SUPELEC, 04 avril 2012.*
- [O12] I. Prodan, S. Olaru, **C. Stoica**, S.-I. Niculescu, “Cooperative Dynamical Systems with Communication Constraints and Limits of Viability”, *Journée Envol Recherche de la Fondation d’entreprise EADS, Paris, 28 mars 2012.*
- [O13] E. Simon, P. Rodríguez-Ayerbe, **C. Stoica**, D. Dumur, V. Wertz, “Fixed-order output-feedback control design : A new algorithm to reduce conservatism”, *Dynamical systems, control and optimization (DYSCO) Study Day, Gent, Belgique, 31 Mai 2010.*

-
- [O14] E. Simon, P. Rodríguez-Ayerbe, V. Wertz, **C. Stoica**, D. Dumur, “A solution with reduced conservatism for H_2 or H_∞ multi-objective output-feedback control of LTI systems”, *29th Benelux Meeting on Systems and Control*, Book of Abstracts, pp. 92, ISBN 978-90-8585-672-6, Heeze, Pays-Bas, 30 mars-1 avril, 2010.
 - [O15] **C. Stoica**, M.R. Arahall, D.E. Rivera, P. Rodriguez-Ayerbe, D. Dumur. “Application of Robustified Model Predictive Control to a Production-Inventory System”, *Retreat Day of ART Centre of Excellence for Complex Dynamic Systems and Control*, Newcastle, Australie, 20 novembre 2009.
 - [O16] **C. Stoica**, “Robustification hors ligne de lois de commande prédictives multivariées”, *Séminaire Université Catholique de Louvain*, Louvain-la-Neuve, Belgique, 05 mai 2009.
 - [O17] **C. Stoica**, P. Rodríguez-Ayerbe, D. Dumur. “Off-line robustification of multivariable model predictive control”, *Groupe de Travail de Commande Prédictive Non Linéaire*, Paris, 31 janvier 2008.

1.9.6 Rapports de recherche, etc.

1.9.6.1 Thèse

- [T1] **C. Stoica**, “Robustification de lois de commande prédictive multivariées”, *Thèse de doctorat*, Université Paris XI, Orsay, 17 octobre 2008.

1.9.6.2 Polycopiés

- [P1] **C. Stoica**, “Structure RST. Commande polynomiale”, Polycopié Mineure AS12 “Méthodes de l’automatiques : Principes et mise en oeuvre”, *SUPELEC*, 13049/01a2011.
- [P2] **C. Stoica**, “Commande prédictive”, Polycopié Mineure AS12 “Méthodes de l’automatiques : Principes et mise en oeuvre”, *SUPELEC*, 13049/02a2011.
- [P3] **C. Stoica**, “Transparents de cours de Signaux et Systèmes 2”, Polycopié Supélec 17141/2013.

1.9.6.3 Livret Digiteo

- [D1] **C. Stoica**, P. Rodriguez, D. Dumur, “MIMOptMPC - An efficient MATLAB toolbox for robustification of multivariable predictive control”, *Livret Digiteo “Some of Digiteo’s innovative technologies”*, pp. 38-39, 2010.

1.9.6.4 Rapports de recherche

- [R1] **C. Stoica**, F. Lobo Pereira, “Commande avancée d’une flotte de véhicules autonomes hétérogènes”, *Rapport projet Pessoa 28750QA, Campus France*, 2013.
- [R2] I. Prodan, S. Olaru, **C. Stoica**, S.-I. Niculescu, “Systèmes dynamiques coopératifs avec contraintes de communication et limites de viabilité”, *Rapport projet 091-AO09-1006, Fondation d’Entreprise EADS*, 2012.
- [R3] E. Godoy, D. Dumur, **C. Stoica**, “Commande des MRVs : Note technique sur la modelisation”, *Rapport projet COMEETE, Renault*, 2012.
- [R4] I. Prodan, S. Olaru, **C. Stoica**, S.-I. Niculescu, “Systèmes dynamiques coopératifs avec contraintes de communication et limites de viabilité”, *Rapport projet 091-AO09-1006, Fondation d’Entreprise EADS*, 2011.

Deuxième partie

Synthèse des activités de
recherche

Chapitre 2

Robustification des lois de commande prédictives des systèmes incertains

Les travaux présentés dans ce chapitre s'inscrivent dans la continuité de mes travaux de thèse. Le but est de robustifier hors-ligne des lois de commande prédictive des systèmes multivariables, en présence des incertitudes non-structurées et structurées, des perturbations et des bruits de mesure. Plusieurs aspects sont explorés à la fois sur les plans théorique et applicatif.

Soit le système suivant :

$$\begin{cases} x_{k+1} = Ax_k + Bu_k \\ y_k = Cx_k \end{cases} \quad (2.1)$$

avec $x_k \in \mathbb{R}^{n_x}$ l'état du système, $u_k \in \mathbb{R}^{n_u}$ le vecteur de commande, $y_k \in \mathbb{R}^{n_y}$ le vecteur de sorties, les matrices A , B et C de dimensions appropriées avec la paire (A, B) commandable et la paire (C, A) observable. D'abord une loi de commande prédictive ¹ est développée pour ce système et ensuite robustifiée à l'aide d'un paramètre de Youla-Kučera, obtenu par un formalisme d'Inégalités Linéaires Matricielles (LMI). La démarche proposée consiste à synthétiser un paramètre de Youla-Kučera afin d'améliorer la robustesse en stabilité face à des incertitudes non structurées (additives et/ou multiplicatives) et des incertitudes structurées, ainsi que d'assurer des performances

¹La méthodologie proposée est générale et peut s'appliquer à toute loi de commande sous la forme d'un retour d'état couplé à un observateur. Cependant, la commande prédictive est choisie ici comme loi de commande initiale grâce à son efficacité et ses performances lorsqu'il s'agit des processus multivariables avec des couplages forts. Le choix de la commande prédictive s'avère pertinent dû également au caractère anticipatif pour le suivi de trajectoire et la robustesse intrinsèque de cette loi de commande.

nominales pour le rejet de perturbations, imposées sous la forme de gabarits temporels sur les sorties.

2.1 Description de la méthode de robustification de lois de commande prédictives

La procédure générale décrite dans [92] est rappelée rapidement dans la suite.

2.1.1 Synthèse du correcteur initial

Afin d'annuler l'erreur statique une action intégrale $u_k = u_{k-1} + \Delta u_k$ est ajoutée au système (2.1), conduisant à une représentation d'état étendue :

$$\begin{cases} x_{e_{k+1}} = A_e x_{e_k} + B_e u_{e_k} \\ y_k = C_e x_{e_k} \end{cases} \quad (2.2)$$

avec le nouveau vecteur d'état $x_{e_k} = \begin{bmatrix} x_k \\ u_{k-1} \end{bmatrix}$ et les matrices $A_e = \begin{bmatrix} A & B \\ 0 & I \end{bmatrix}$, $B_e = \begin{bmatrix} B \\ I \end{bmatrix}$, $C_e = [C \ 0]$. Selon la stratégie prédictive, le modèle (2.2) est ensuite utilisé pour élaborer la prédiction du comportement futur du système. En considérant que l'état du système est disponible, les prédictions des sorties futures peuvent être mises sous la forme suivante [55] :

$$\hat{y}_{k+i} = CA^i x_k + \sum_{j=0}^{i-1} CA^{i-j-1} B \underbrace{\left(u_{k-1} + \sum_{l=0}^j \Delta u_{k+l} \right)}_{u_{k+j}} \quad (2.3)$$

avec \hat{y} le vecteur des sorties prédites. Si l'on n'a pas directement accès à l'état du système, un observateur peut être utilisé pour estimer l'état. Parmi les choix possibles, un observateur complet est utilisé dans la suite pour des raisons de simplicité liées à la méthodologie de robustification :

$$\hat{x}_{e_{k+1}} = A_e \hat{x}_{e_k} + B_e \Delta u_k + K (y_k - C_e \hat{x}_{e_k}) \quad (2.4)$$

Le gain K est choisi classiquement par placement des pôles de la matrice $A_e - KC_e$ dans une région stable en fonction de la dynamique du système.

Minimisant le critère quadratique (2.5) permet d'obtenir la loi de commande prédictive désirée,

$$J = \sum_{i=N_1}^{N_2} \|\hat{y}_{k+i} - y_{r_{k+i}}\|_{\tilde{Q}}^2 + \sum_{i=0}^{N_u-1} \|\Delta u_{k+i}\|_{\tilde{R}}^2 \quad (2.5)$$

avec N_1 et N_2 les horizons de prédiction inférieur et supérieur sur les sorties, N_u l'horizon de prédiction sur les commandes, \tilde{Q} , \tilde{R} des matrices de pondération (diagonales, définies positives), y_r le vecteur de consigne. Les incréments de commandes futures sont considérés nuls $\Delta u_{k+i} = 0$, pour $i \geq N_u$.

A chaque instant, minimisant le critère (2.5) et appliquant le premier élément de la séquence de commande, selon le principe de l'horizon fuyant la loi de commande suivante est obtenue :

$$\Delta u_k = -Lx_{e_k} + y_{F_k} = -L_1x_k - L_2u_{k-1} + y_{F_k} \quad (2.6)$$

La commande est donnée ici sous la forme générale d'un retour d'état $L = [L_1 \ L_2] \in \mathbb{R}^{n_u \times (n_x + n_u)}$, où les gains sont détaillés [55], [92]. Un préfiltre pour la consigne y_F peut être également utilisé (Figure 2.1).

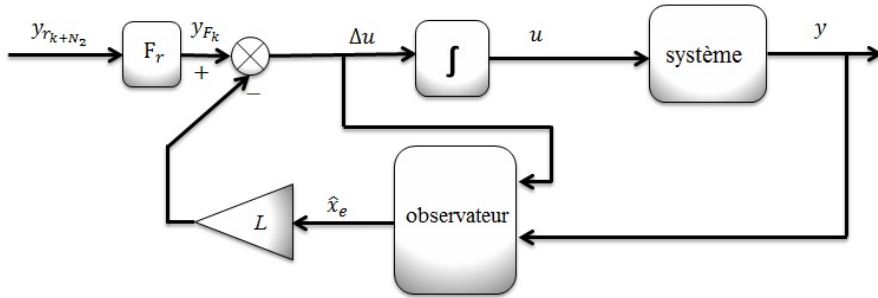


FIGURE 2.1 – Schéma-bloc de la commande MPC sous forme d'état avec un observateur "prédicteur".

2.1.2 Robustification face à des incertitudes non structurées

Pour un correcteur donné sous la forme d'un retour d'état avec un observateur, le paradigme du correcteur modifié [14] permet d'insérer le paramètre de Youla-Kučera (nommé aussi le paramètre Q) d'une certaine manière dans la boucle fermée sans modifier le comportement E/S, mais permettant de

modéliser certaines fonctions de sensibilité. Ainsi, à partir d'un correcteur initial stabilisant K_0 , cette procédure consiste à modifier ce correcteur tel qu'il accepte un vecteur d'entrée u' et un vecteur de sortie y' avec un transfert nul entre eux, i.e. $T_{22zw} = 0$ dans la Figure 2.2. Ensuite, un paramètre Q stable peut être inséré entre y' et u' conduisant à la classe de tous les correcteurs stabilisant K_s .

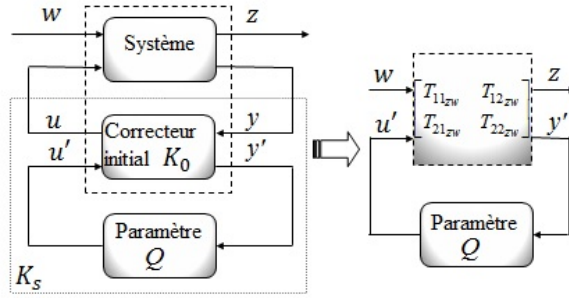


FIGURE 2.2 – Classe de tous les correcteurs stabilisant.

Comme le paramètre de Youla-Kučera appartient initialement à l'ensemble infini des transferts stables, il convient de restreindre l'espace de recherche à l'aide d'une solution sous-optimale. Une possibilité [82], [19] consiste à choisir un sous-espace fini de $\mathbb{R}H_\infty$ fourni par un filtre à Réponse Impulsionnelle Finie^{2 3} (RIF) du paramètre de Youla-Kučera. Considérant un paramètre Q multivariable, un polynôme $Q^{ij}(q) = \sum_{l=0}^{n_Q} q_l^{ij} q^{-l}$ doit être calculé pour chaque paire (i, j) , avec $i = 1, \dots, n_u$, $j = 1, \dots, n_y$. Le degré n_Q de chaque polynôme⁴ étant fixé a priori, il reste à trouver les coefficients variables q_l^{ij} comme solution d'un problème d'optimisation convexe. Une représentation d'état de ce paramètre d'ordre n_Q est la suivante :

$$\begin{cases} x_{Q_{k+1}} = A_Q x_{Q_k} + B_Q y'_k \\ u'_k = C_Q x_{Q_k} + D_Q y'_k \end{cases} \quad (2.7)$$

avec les matrices A_Q , B_Q , C_Q , D_Q de dimensions appropriées. Un choix consiste à fixer les matrices A_Q et B_Q [82], [97], avec les seules variables de décision C_Q et D_Q , en choisissant la structure :

²De plus les filtres RIF sont toujours stables.

³Une discussion sur le choix du paramètre Q est proposée en [97].

⁴Par souci de simplicité, le même degré n_Q a été choisi pour chaque paire (i, j) .

$$A_Q = \text{diag}(a_Q, \dots, a_Q), B_Q = \text{diag}(b_Q, \dots, b_Q)$$

$$C_Q = \begin{bmatrix} c_Q^{11} & \dots & c_Q^{1n_y} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ c_Q^{n_u 1} & \dots & c_Q^{n_u n_y} \end{bmatrix}, D_Q = \begin{bmatrix} q_0^{11} & \dots & q_0^{1n_y} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ q_0^{n_u 1} & \dots & q_0^{n_u n_y} \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

avec $a_Q = \begin{bmatrix} 0_{1,n_Q-1} & 0 \\ I_{n_Q-1} & 0_{n_Q-1,1} \end{bmatrix}$, $b_Q = \begin{bmatrix} 1 \\ 0_{n_Q-1,1} \end{bmatrix}$ et $c_Q^{ij} = [q_1^{ij}, \dots, q_{n_Q}^{ij}]$, pour $i = 1, \dots, n_u$, $j = 1, \dots, n_y$.

Dans la suite l'objectif est de concevoir des lois de commande robustes aux différents types d'incertitudes. On s'intéresse ainsi à la robustesse en stabilité vis-à-vis des incertitudes non-structurées additives (Figure 2.3) ou multiplicatives (Figure 2.4).

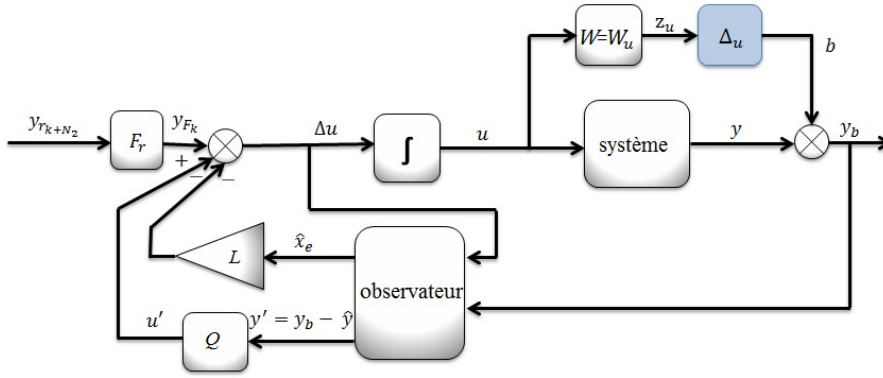


FIGURE 2.3 – Schéma-bloc de la boucle fermée robustifiée face à des incertitudes non-structurées additives directes.

A partir du théorème du petit gain [14], [110], si la condition $\|T_{zw}\|_\infty < \gamma$ (Figure 2.2) est satisfaite, alors le système est robuste face à toutes les incertitudes non-structurées Δ_u pour lesquelles $\Delta_u < \gamma^{-1}$. En appliquant ce résultat dans le contexte précédent, il s'agit de trouver un paramètre Q qui minimise la norme H_∞ suivante :

$$\min_Q \|T_{zw}\|_\infty = \min_Q \|WT_{z'w}\|_\infty \quad (2.9)$$

où la pondération W est choisie pour accomplir les spécifications de robustesse désirées dans la plage de fréquence spécifiée. Le choix de z' caractérise deux cas particuliers : robustesse vis-à-vis des incertitudes non-structurées

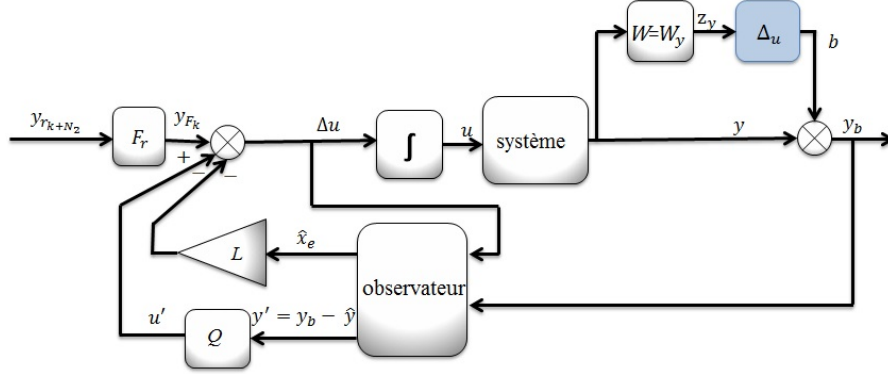


FIGURE 2.4 – Schéma-bloc de la boucle fermée robustifiée face à des incertitudes multiplicatives directes sur la sortie.

additives (avec $z = z_u$, $z' = u$, $w = b$ – Figure 2.3) et des incertitudes non-structurées multiplicatives (avec $z = z_y$, $z' = y$, $w = b$ – Figure 2.4).

La minimisation de la norme H_∞ (2.9) peut être reformulée en utilisant le lemme borné réel pour systèmes discrets [82] et ensuite transformée dans un problème d'optimisation de type LMI :

$$\begin{aligned} \min \gamma \\ \text{s.t. } LMI_0 \end{aligned} \quad (2.10)$$

où LMI_0 a la forme suivante :

$$\begin{bmatrix} -R_1 & 0 & 0 & \star R_1 & t_1 & t_4 & t_5 & 0 \\ * & -T_{11} & -T_{12} & 0 & t_2 & T_{12}A_Q & T_{11}\star + T_{12}\star & 0 \\ * & * & -T_{22} & 0 & t_3 & T_{22}A_Q & T_{12}^\top\star + T_{22}\star & 0 \\ * & * & * & -R_1 & 0 & 0 & 0 & R_1\star \\ * & * & * & * & -T_{11} & -T_{12} & 0 & S_{11}^\top\star + \star D_Q^\top\star + \star \\ * & * & * & * & * & -T_{22} & 0 & S_{12}^\top\star + C_Q^\top\star \\ * & * & * & * & * & * & -\gamma I & \star D_Q^\top\star + \star \\ * & * & * & * & * & * & * & -\gamma I \end{bmatrix} \prec 0 \quad (2.11)$$

avec les notations supplémentaires :

$$\begin{aligned} t_1 &= \star S_{11} + S_{11}\star + S_{12}\star + \star D_Q\star + \star \\ t_2 &= T_{11}\star + T_{12}\star \\ t_3 &= T_{12}^\top\star + T_{22}\star \\ t_4 &= \star S_{12} + S_{12}\star + \star C_Q \\ t_5 &= S_{11}\star + S_{12}\star + \star D_Q\star + \star \end{aligned} \quad (2.12)$$

où le symbole “*” est utilisé pour désigner les termes symétriques et le symbole “★” est utilisé pour désigner des termes qui ne dépendent pas de variables de décision. Les notations exactes se trouvent en [97].

Les variables de décision sont $R_1, S_{11}, S_{12}, T_{11}, T_{12}, T_{22}$ (provenant de la variable de Lyapunov $X_1 = \begin{bmatrix} R_1 & S_1 \\ S_1^\top & T_1 \end{bmatrix}$, avec $S_1 = [S_{11} \ S_{12}]$, $T_1 = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{12}^\top & T_{22} \end{bmatrix}$), C_Q, D_Q (correspondant au paramètre de Youla-Kučera) et γ .

Si des incertitudes non-structurées additives et multiplicatives doivent être considérées simultanément dans la procédure de robustification, alors le problème d’optimisation consiste à minimiser la fonction de coût $c_a\gamma_a + c_m\gamma_m$ sous les deux contraintes LMI appropriées obtenues à partir de LMI_0 :

$$\begin{aligned} \min & c_a\gamma_a + c_m\gamma_m \\ \text{s.t.} & LMI_{0,a}, LMI_{0,m} \end{aligned} \quad (2.13)$$

où l’indice “a” correspond à la prise en compte des incertitudes non-structurées additives et l’indice “m” correspond à la prise en compte des incertitudes non-structurées multiplicatives. Les détails de ces Inégalités Linéaires Matricielles se trouvent en [97], [92].

2.1.3 Robustification face à des incertitudes structurées

Le problème de stabilité robuste face à des incertitudes polytopiques est traité dans la suite. Dans cette approche, nous considérons un modèle nominal $(A_0, B_0, C_0, 0)$ du système appartenant à l’enveloppe convexe :

$$Co\{\{A_1, B_1, C_1\}, \{A_2, B_2, C_2\}, \dots, \{A_l, B_l, C_l\}\} \quad (2.14)$$

avec $\{A, B, C\} = \sum_{i=1}^l \lambda_i \{A_i, B_i, C_i\}$ et $\sum_{i=1}^l \lambda_i = 1$, pour $\lambda_i \geq 0$. Ici l est le nombre de sommets.

Pour garantir la stabilité dans le domaine polytopique considéré, la condition suivante [21] doit être vérifiée pour chaque sommet i du polytope :

$$\begin{bmatrix} X_{2,i} & A_{cl,i}(Q)^\top G^\top \\ GA_{cl,i}(Q) & G + G^\top - X_{2,i} \end{bmatrix} \succ 0, \quad i = 1, \dots, l \quad (2.15)$$

avec les variables de décision $X_{2,i} = X_{2,i}^\top \succ 0$, G, G^\top et le paramètre Q contenu dans les matrices en boucle fermée $A_{cl,i}(Q)$. La forme explicite de ces matrices est donnée en [92].

Le but est maintenant de robustifier le correcteur initial face à des incertitudes non-structurées additives ou multiplicatives en garantissant la stabilité dans le domaine polytopique considéré. Ce problème peut se formuler de manière générale comme :

$$\begin{aligned} \min_{Q, X_1, \gamma, X_{2,i}, G} \quad & \gamma \\ \text{s.t.} \quad & LMI_0, BMI_i, \quad i = 1, \dots, l \end{aligned} \quad (2.16)$$

où BMI_i représente l'Inégalité Bilinéaire matricielle (2.15).

Les problèmes d'optimisation de type BMI sont non-convexes et en général difficiles à résoudre, avec un temps de calcul non négligeable. Une méthode sous-optimale de complexité raisonnable est proposée en [92] et consiste en trois étapes. La première étape consiste à élargir le domaine de stabilité autour du système nominal de façon à obtenir un correcteur stable sur tout le domaine d'incertitudes polytopiques considéré. Ainsi, les incertitudes non-structurées additives et multiplicatives sont prises en compte dans le même temps dans la phase d'initialisation. La procédure est décrite par l'algorithme suivant.

Algorithme 2.1.

1. *Initialisation* : Trouver un correcteur robuste initial avec un domaine de stabilité assez large qui contient le domaine polytopique imposé en résolvant le problème d'optimisation face à des incertitudes additives et multiplicatives (2.13) :

$$\begin{aligned} Q^* = \quad & \arg \min (c_a \gamma_a + c_m \gamma_m) \\ \text{s.t.} \quad & LMI_{0,a}, LMI_{0,m} \end{aligned} \quad (2.17)$$

avec les paramètres de réglage c_a , c_m , W_u , W_y and n_Q .

2. *Trouver la fonction de Lyapunov associée* : Avec le paramètre de Youla-Kučera obtenu précédemment, trouver les variables $X_{2,i}^*$ et G^* en résolvant un problème de faisabilité de type LMI :

$$(X_{2,i}^*, G^*) = \arg \text{feasp} \left(\begin{bmatrix} X_{2,i} & A_{cl,i}(Q^*)^\top G^\top \\ G A_{cl,i}(Q^*) & G + G^\top - X_{2,i} \end{bmatrix} \succ 0 \right), \quad i = 1, \dots, l \quad (2.18)$$

3. *Trouver le paramètre Q* : Avec les valeurs $X_{2,i}^*$ et G^* obtenues précédemment, trouver le paramètre de Youla-Kučera en résolvant le problème LMI suivant :

$$\begin{aligned} Q^* = \quad & \arg \min \gamma \\ \text{s.t.} \quad & LMI_0, LMI_i \end{aligned} \quad (2.19)$$

avec LMI_i , $i = 1, \dots, l$ donnée par :

$$\begin{bmatrix} X_{2,i}^* & A_{cl,i}(Q)^\top G^{*\top} \\ G^* A_{cl,i}(Q) & G^* + G^{*\top} - X_{2,i}^* \end{bmatrix} \succ 0 \quad (2.20)$$

Dans le dernier pas, la contrainte LMI_0 désigne soit $LMI_{0,a}$, soit $LMI_{0,m}$ en fonction du type des incertitudes considérées.

En itérant les deux derniers pas, la solution converge vers un minimum local. Cet algorithme a été implémenté dans la boîte à outils PolyRMPC [65] qui sera décrite dans la section (2.4).

2.1.4 Prise en compte du rejet de perturbations

Le rejet de perturbations dans la synthèse du paramètre Q peut également être considéré avec cette approche LMI, en imposant des gabarits temporels sur chaque canal entrée de perturbation/sortie. Se basant sur la bonne connaissance des systèmes et des perturbations possibles qui peuvent intervenir, l'idée est d'introduire des gabarits maximaux et minimaux permettant de minimiser l'influence de chaque perturbation vers chaque sortie : $y_{min_k} < y_k < y_{max_k}$, pour $0 \leq k \leq N_t$, avec N_t la longueur du gabarit temporel imposé. Ce problème est ensuite mis sous une forme LMI et sera ajouté comme contrainte supplémentaire au problème d'optimisation (2.10) ou (2.13), avec éventuellement les contraintes supplémentaires (2.15).

Grace à la présence de l'action intégrale dans le correcteur, les perturbations de type échelon à l'entrée du système sont rejetées (plus ou moins rapidement). La robustification face à des incertitudes non-structurées dégrade ensuite le rejet de perturbations par rapport à la commande prédictive initiale. Ainsi, l'utilisation des gabarits temporels permet de diminuer cette dégradation et d'aboutir finalement à un compromis entre la robustesse en stabilité face à des incertitudes non-structurées et les spécifications de performance vis-à-vis du rejet de perturbations.

L'influence de la perturbation j sur la sortie i se traduit par :

- un gabarit maximal : $\star^{i,j} + \sum_{h=1}^{n_u} \star^{i,j} D_Q^\top e_h^\top + \sum_{h=1}^{n_u} \star^{i,j} C_Q^\top e_h^\top - y_{i,max} \leq 0$
- un gabarit minimal : $\star^{i,j} + \sum_{h=1}^{n_u} \star^{i,j} D_Q^\top e_h^\top + \sum_{h=1}^{n_u} \star^{i,j} C_Q^\top e_h^\top - y_{i,min} \geq 0$

où le symbole “ \star ” est utilisé pour désigner des termes qui ne dépendent pas de variables de décision. Les formes explicites de ces LMIs se trouvent en [97].

Considérant le problème global de robustesse en stabilité face à des incertitudes non-structurées additives et multiplicatives, en respectant des spécifications de performance nominale pour le rejet des perturbations, il convient d'ajouter ces nouvelles LMIs au problème d'optimisation précédent (2.13) :

$$\begin{aligned} \min & c_a \gamma_a + c_m \gamma_m \\ \text{s.t.} & LMI_{0,a}, LMI_{0,m}, LMI_t \end{aligned} \quad (2.21)$$

La notation LMI_t a été utilisée pour désigner l'ensemble des LMIs correspondant aux gabarits temporels obtenus en considérant l'influence de toutes les perturbations sur chaque sortie. De plus, les contraintes BMI (2.15) peuvent être ajoutées au problème (2.21) afin de considérer également des incertitudes polytopiques.

Le paramètre de Youla résultant reflète ainsi le compromis entre la robustesse en stabilité et la performance nominale.

2.2 Application à un modèle d'un robot médical multi-axes

Pendant mes travaux de thèse, cette procédure de robustification a été appliquée au modèle monovariable du pivot d'un robot d'imagerie médicale conçu par la société General Electric Healthcare (Figure 2.5). Afin de montrer l'intérêt de l'utilisation de cette méthode pour les systèmes multivariables, une application sur un modèle 2-axes du robot médical (Figure 2.5) a été élaborée en [95] et [94].

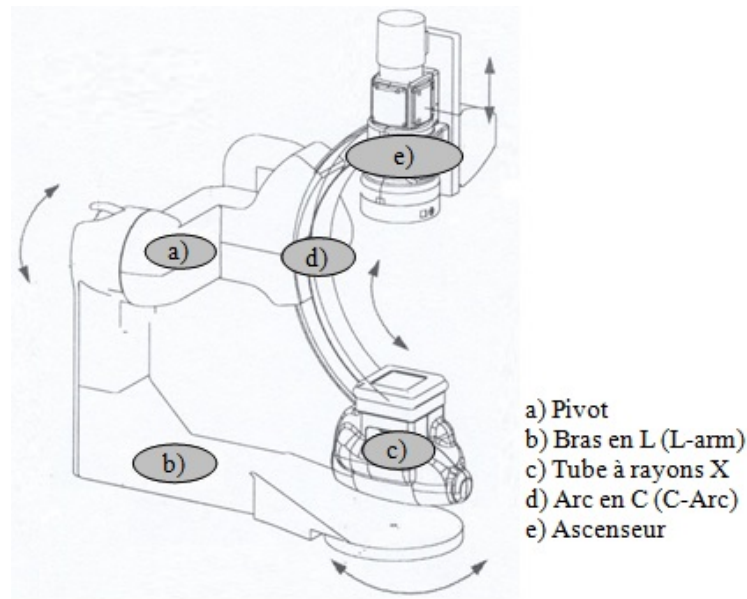


FIGURE 2.5 – Représentation du robot.

Ce robot a quatre degrés de liberté : trois articulations rotoides (le pivot,

le bras en L (L-arm) et l'arc en C (C-arc⁵) et une articulation prismatique pour le mouvement vertical de l'ascenseur (voir Figure 2.5). Un tube à rayons X est fixé sur l'arc en C . Les articulations sont commandées par des moteurs à courant continu et des roues-vis sans fin. La modélisation du robot a été réalisée en [1] et prend en compte les non-linéarités issues du frottement des articulations ainsi que l'irréversibilité des roues-vis sans fin.

La commande de l'axe du pivot a été réalisée pendant mes travaux de thèse. Ensuite la commande prédictive robustifiée a été appliquée au modèle 2-axes : pivot et arc en C , en considérant fixes les autres deux axes.

2.2.1 Modèle 2-axes : pivot et arc en C

La dynamique de ce modèle est donnée par les équations Lagrange suivantes :

$$\begin{cases} J_m \ddot{q}_m + F_v \dot{q}_m + K_{PC}(q_m - q) = \Gamma_m \\ A_{PC}(q) \ddot{q} + C_{PC}(q, \dot{q}) + Q_{PC}(q) + D_{PC} \dot{q} = K_{PC}(q_m - q) \end{cases} \quad (2.22)$$

où :

- $q = [\theta_P \ \theta_C]^\top$ et $q_m = [\theta_{mP} \ \theta_{mC}]^\top$ sont respectivement les positions articulaires côté charge et coté moteur⁶ respectivement ;
- $J_m = \text{diag}(J_{mP}, J_{mC})$, $F_v = \text{diag}(f_{vP}, f_{vC})$, $K_{PC} = \text{diag}(k_P, k_C)$ et $D_{PC} = \text{diag}(d_P, d_C)$ sont des matrices diagonales regroupant les paramètres caractéristiques des chaînes de motorisation de chaque axe : moment d'inertie de l'axe moteur, frottement visqueux, raideur et coefficient d'amortissement, respectivement ;
- $A_{PC}(q)$, $C_{PC}(q, \dot{q})$ et $Q_{PC}(q)$ sont respectivement la matrice d'inertie, la matrice des couples, des forces de Coriolis et des forces centrifuges et le vecteur des couples et des forces de gravité du modèle rigide :

$$A_{PC}(q) = \begin{bmatrix} ZZ_P + XX_C \cos \theta_C^2 - 2XY_C \cos \theta_C \sin \theta_C & XZ_C \cos \theta_C - YZ_P \sin \theta_C \\ XZ_C \cos \theta_C - YZ_C \sin \theta_C & ZZ_C \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

⁵L'arc en C se déplace en translation, guidé selon une trajectoire circulaire, et peut être considéré comme une articulation rotoïde autour d'un axe virtuel passant par le centre de cet arc.

⁶Les indices P , C et m sont associés respectivement au pivot, au C-arc et au moteur.

$$Q_{PC}(q) = \begin{bmatrix} -g(MX_P \sin \theta_P + MY_P \cos \theta_P) - g(MX_C \sin \theta_C + MY_C \cos \theta_C) \sin \theta_P \\ -g(MX_C \sin \theta_C + MY_C \cos \theta_C) \cos \theta_P \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

$$C_{PC}(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} 0 & c_{PC12} & c_{PC13} \\ c_{PC21} & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{\theta}_P^2 \\ \dot{\theta}_P \dot{\theta}_C \\ \dot{\theta}_C^2 \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

avec les coefficients :

$$\begin{aligned} c_{PC12} &= -2XX_C \cos \theta_C \sin \theta_C + 2XY_C \cos^2(2\theta_C), \\ c_{PC13} &= -XZ_C \sin \theta_C - YZ_C \cos \theta_C, \\ c_{PC21} &= XX_C \cos \theta_C \sin \theta_C + XY_C \cos^2(2\theta_C). \end{aligned}$$

Les notations YZ_P , ZZ_P , XX_C , XY_C , XZ_C , YZ_C , ZZ_C , MX_P , MY_P , MX_C , MY_C se réfèrent à des moments d'inertie du pivot ou de l'arc en C, exprimé dans les coordonnées appropriées [1].

Le modèle non-linéaire du système dans l'espace d'état est donné par la représentation suivante :

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} A_{PC}^{-1}(q) (K_{PC}(q_m - q) - D_{PC}\dot{q} - C_{PC}(q, \dot{q}) - Q_{PC}(q)) \\ J_m^{-1}(\Gamma_m - F_v\dot{q}_m - K_{PC}(q_m - q)) \\ \dot{q} \\ \dot{q}_m \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

avec $x = [\dot{q}^\top \quad \dot{q}_m^\top \quad q^\top \quad q_m^\top]^\top$, où $q = [\theta_P \quad \theta_C]^\top$ et $q_m = [\theta_{mP} \quad \theta_{mC}]^\top$. Il s'agit d'un modèle à temps continu, non-linéaire en q et \dot{q} . Le vecteur de commande est donné par les couples moteur $u = \Gamma_m = [\Gamma_{mP} \quad \Gamma_{mC}]^\top$. Le vecteur des sorties est $y = [\theta_{mP} \quad \theta_{mC}]^\top$.

La prochaine étape consiste à linéariser le système au tour du point d'équilibre $x_0 = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad \theta_{P_0} \quad \theta_{C_0} \quad \theta_{mP_0} \quad \theta_{mC_0}]^\top$. Ensuite le système linéarisé est discrétisé avec une période d'échantillonnage⁷ $T_e = 5\text{ms}$. Ceci sera appelé le modèle nominale dans la suite.

⁷Une période d'échantillonnage plus grande peut être également considérée.

2.2.2 Commande prédictive robustifiée du modèle 2-axes

Plusieurs lois de commande ont été développées (voir [23] pour plus de détails) pour le modèle obtenu :

- MPC – le correcteur prédictif initial qui permet de stabiliser le modèle nominal. Les paramètres de réglage suivants ont été choisis : les horizons de prédiction $N_1 = 8$, $N_2 = 58$, $N_u = 14$ et les pondérations $\tilde{R} = \text{diag}(\tilde{R}_0, \dots, \tilde{R}_0)$ et $\tilde{Q} = \text{diag}(\tilde{Q}_0, \dots, \tilde{Q}_0)$, avec $\tilde{R}_0 = \text{diag}(10^{-7}, 10^{-8})$ et $\tilde{Q}_0 = \text{diag}(1, 1, 1, 1, 80, 30, 30, 30)$.
- RMPC0 – le correcteur prédictif robustifié face à des incertitudes non-structurées additives, comme résultat du problème d'optimisation (2.11).
- RMPC1 – le correcteur prédictif robustifié face à des incertitudes non-structurées additives et multiplicatives, comme résultat du problème d'optimisation (2.13) avec $c_a = 1$ et $c_m = 50$.

Un paramètre de Youla-Kučera d'ordre $n_Q = 10$ a été synthétisé pour les correcteurs RMPC0 et RMPC1. Des filtres passe-haut ont été choisis pour les pondérations $W_u = (1 - 0,95q^{-1})/0,05$ et $W_y = (1 - 0,9q^{-1})/0,1$, respectivement.

Une comparaison des résultats avec un correcteur Linéaire Quadratique (LQ) à temps continu a été également réalisée [23]. La synthèse du correcteur LQ est détaillée en [23]. Les réponses fréquentielles obtenues avec les différents correcteurs sont données Figure 2.6. La plus grande norme H_∞ du transfert de b à u (voir Figures 2.3 et 2.4 pour rappel) est obtenue avec le correcteur LQ, ensuite elle décroît pour le correcteur prédictif initial MPC. Le correcteur RMPC0 permet de diminuer la norme H_∞ par rapport au correcteur MPC. Une amélioration encore plus importante peut être obtenue en utilisant un paramètre de Youla-Kučera d'ordre plus important. Le correcteur RMPC1 montre le compromis entre le correcteur MPC et le correcteur RMPC0. Le même compromis est retrouvé dans la Figure 2.7 qui propose une comparaison des valeurs singulières maximales de la fonction de sensibilité complémentaire. Dans cette figure la norme H_∞ de la fonction de sensibilité complémentaire reste quand-même assez proche pour les quatre courbes considérées.

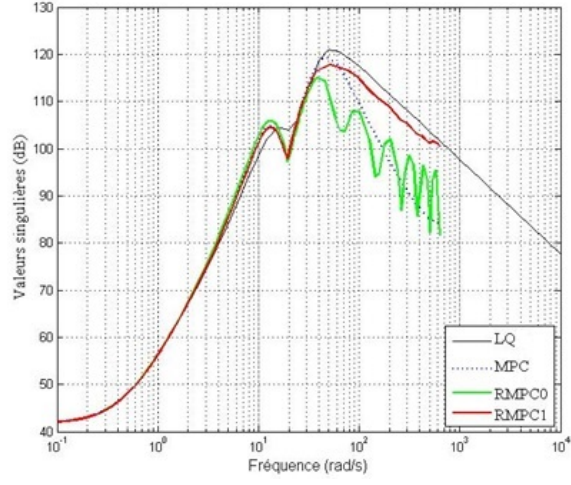


FIGURE 2.6 – Valeurs singulières maximales du transfert de b à u .

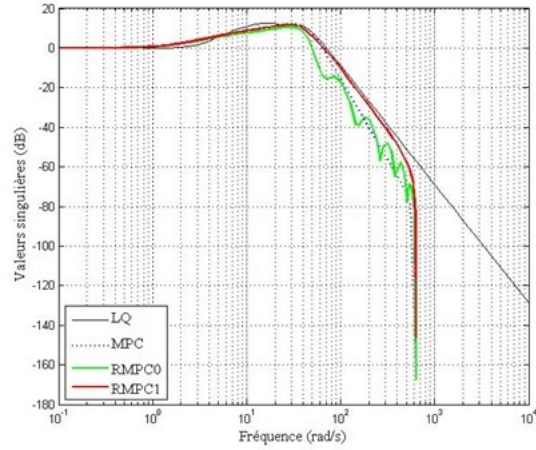


FIGURE 2.7 – Valeurs singulières maximales de la fonction de sensibilité complémentaire.

Le nombre des variables scalaires de décision des problèmes LMIs (2.11) et (2.13) est 948 et 1387, respectivement.

Ces quatre correcteurs sont ensuite bouclés avec le modèle 2-axes non-linéaire. Les résultats temporels présentés Figure 2.8 ont été obtenus pour un échelon d'amplitude $\theta_{P_{ref}} = 0,1\text{rad}$ pour le pivot et $\theta_{C_{ref}} = -0,15\text{rad}$ pour le C-arc. Une perturbation d'amplitude 200Nm à l'instant 2s a été éga-

lement considérée. Tous les quatre correcteurs offrent une bonne poursuite avec un rejet de perturbation acceptable. Le temps de réponse est très similaire pour ces correcteurs ($t_{r_P} = 0,72s$ et $t_{r_C} = 0,62s$). Dans le régime transitoire les trois correcteurs (MPC, RMPC0 et RMPC1) ont le même comportement. En revanche, en ce qui concerne le rejet de perturbations, nous constatons qu'après la procédure de robustification face à des incertitudes additives le correcteur RMPC0 est moins rapide. En fait, le paramètre de Youla va améliorer la robustesse vis-à-vis des incertitudes non-structurées additives, dégradant en même temps le rejet de perturbations. Le correcteur RMPC1 offre un bon compromis entre MPC et RMPC0 (voir le zoom de la Figure 2.8).

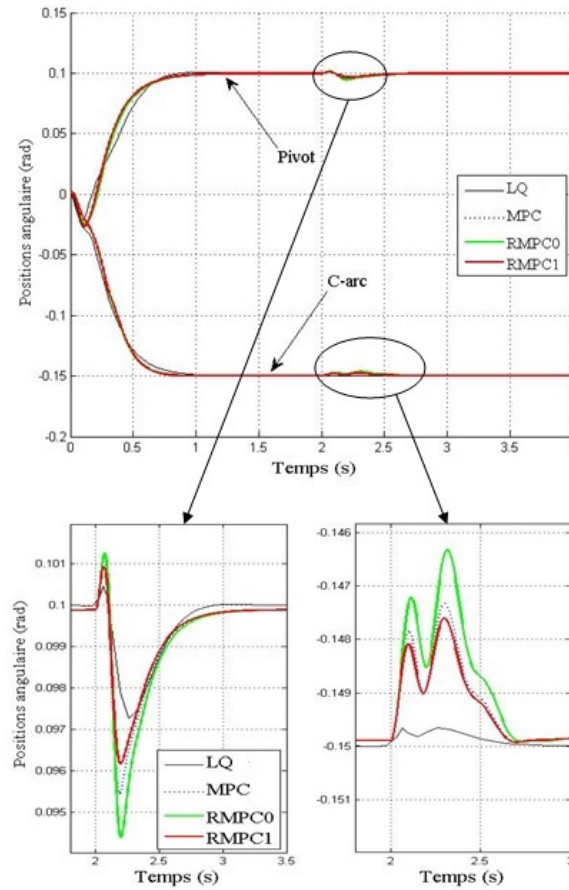


FIGURE 2.8 – Sorties : positions angulaires.

La commande appliquée au modèle non-linéaire est donnée Figure 2.9. Tous les correcteurs offrent des signaux de commande acceptables qui peuvent

être implantés sur le robot réel.

Enfin, une analyse de robustesse face à des incertitudes structurées (variations de $\pm 20\%$ de K_{PC} et J_m) est proposée. Les résultats sont synthétisés dans le Tableau 2.8. Nous observons que RMPC1 est le seul correcteur qui reste stable face à toutes les incertitudes structurées considérées, même si ce fait n'a pas été explicitement pris en compte dans la synthèse.

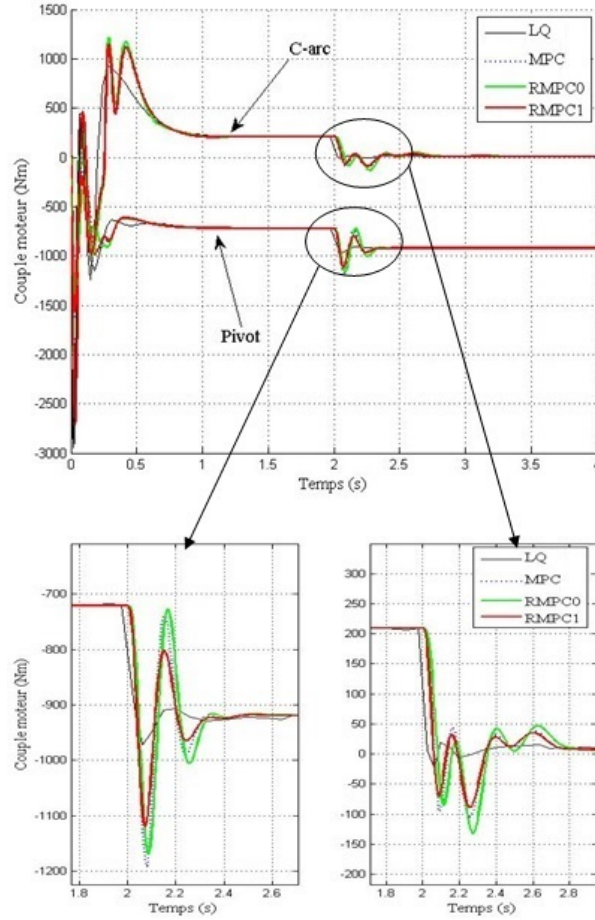


FIGURE 2.9 – Commandes : couple moteur.

Prendre en compte explicitement les incertitudes structurées revient à appliquer l’Algorithme 2.1. Comme le correcteur RMPC1 assure la stabilité sur le polytope considéré, il est convenable de le choisir comme point de départ de l’algorithme. Ensuite après 10 itérations des pas 2 et 3 de l’Algorithme 2.1 nous obtenons le correcteur RMPC_{p10} .

TABLE 2.1 – Analyse de robustesse vis-à-vis des incertitudes structurées

	LQ	MPC	RMPC0	RMPC1
$K_{PC} - 20\%K_{PC}$	×	✓	×	✓
$K_{PC} + 20\%K_{PC}$	✓	✓	✓	✓
$J_m - 20\%J_m$	✓	×	×	✓
$J_m + 20\%J_m$	✓	✓	✓	✓

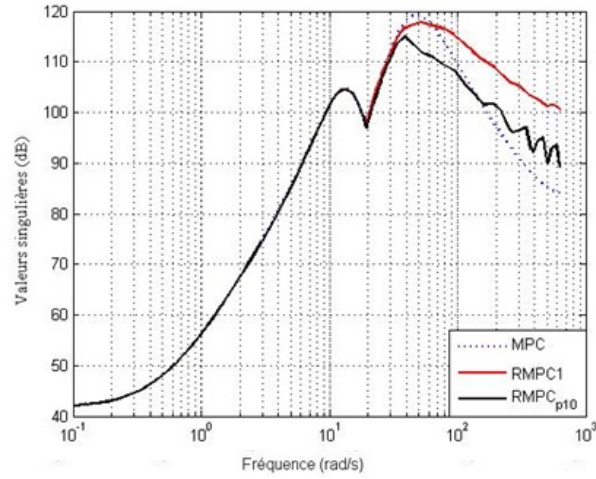


FIGURE 2.10 – Valeurs singulières maximales du transfert de b à u .

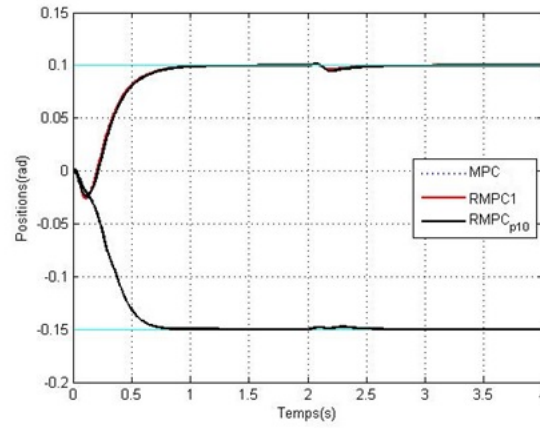


FIGURE 2.11 – Sorties : positions angulaires.

Une analyse fréquentielle des résultats obtenus est donnée Figure 2.10. Le correcteur $RMPC_{p10}$ garantit la stabilité sur le domaine polytopique consi-

déré et améliore la robustesse en stabilité face à des incertitudes non structurées additive pour le système nominale. Une analyse temporelle, réalisée dans les mêmes conditions que précédemment, montre des résultats similaires avec les correcteurs considérés : MPC, RMPC1 et RMPC_{p10}.

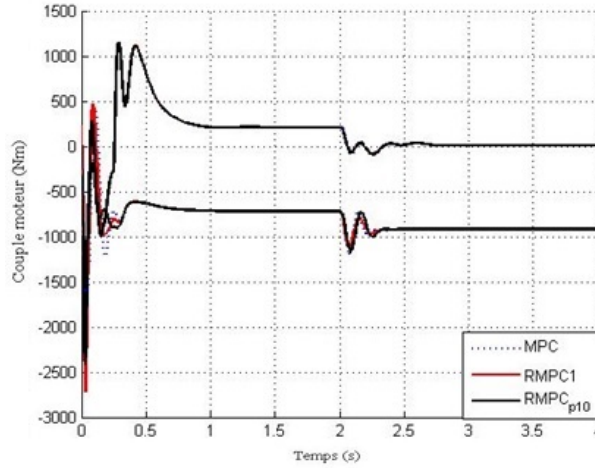


FIGURE 2.12 – Commandes : couple moteur.

En général le problème de synthèse robuste fournit des correcteurs de grande taille. Par exemple, le paramètre de Youla-Kučera ajoute 20 états aux correcteurs RMPC0, RMPC1 et RMPCp10 par rapport au correcteur MPC initial. Des méthodes de réduction dimensionnelle [35], [100] peuvent ensuite être utilisées afin de faciliter l’implantation des correcteurs obtenus sur le robot réel.

2.3 Application à un système de gestion de production

Les chaînes d’approvisionnement des produits manufacturés sont un élément essentiel de l’économie moderne [85]. L’aspect imprévu, ainsi que les longues temps de production associés à la production des biens manufacturés soulignent l’importance de la robustesse dans la gestion de la chaîne logistique (“Supply Chain Management” – SCM). Différentes lois de commande (commande de type “feedback-feedforward internal model control” [83], commande prédictive [103], [93]) ont déjà été appliquées pour ce problème de gestion de la chaîne d’approvisionnement. Pour raison de simplicité, un système de

gestion de production⁸ (qui est l'unité de base d'une chaîne d'approvisionnement) sera considéré par la suite.

2.3.1 Modèle du système de gestion de production

La plupart des problèmes de modélisation des systèmes dynamiques de gestion de production est difficile car les incertitudes les plus importantes ne se trouvent pas dans la structure du modèle de processus, mais dans certains paramètres incertains et dans des signaux d'offre et de demande ("supply and demand signals").

Par analogie avec les fluides [83], [38], l'usine (le processus de gestion) est modélisée comme un tuyau avec un certain temps de production ("throughput time") θ et un rendement ("yield") K . La gestion de production (l'inventaire) est modélisé comme le fluide dans un réservoir (voir Figure 2.13).

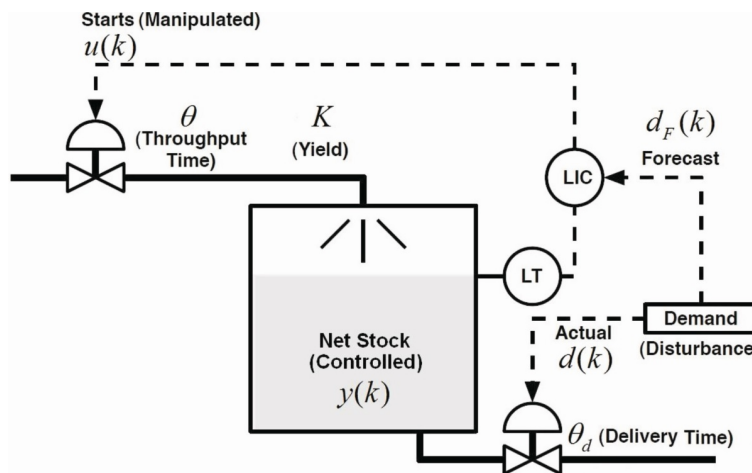


FIGURE 2.13 – Diagramme du système de gestion de production.

Utilisant le principe de conservation de la masse permet d'écrire une équation aux différences qui relie le stock net (le niveau du réservoir) à la fin de la journée y_{k+1} , le stock net au début de la journée y_k , les mises en production ("factory starts", vus comme le débit du fluide injecté dans le tuyau) u_k et la demande actuelle des clients (vue comme le fluide qui sort du réservoir) d_k . Le modèle de ce système est donc mis sous la forme d'une représentation d'état à temps discret, avec une période d'échantillonnage d'une journée :

⁸Nous pouvons également dire que le système de gestion de production ("production inventory") est une chaîne de production avec un seul noeud ("single node supply chain"). La procédure proposée peut être généralisée pour des applications de type multi-noeud.

$$y_{k+1} = y_k + Ku_{k-\theta} - d_k \quad (2.27)$$

La demande actuelle d_k est composée d'une partie prévue de la demande du client (demande prévisionnelle – “forecasted customer demand”) $d_{F_{k-\theta_F}}$ et d'une partie imprévue de la demande du client (“unforecasted customer demand”) d_{U_k} , où θ_F est l'horizon de prévision (“forecast horizon”) et d_{F_k} représente une estimation de la demande dans θ_F jours :

$$d_k = d_{F_{k-\theta_F}} + d_{U_k} \quad (2.28)$$

Dans la suite, nous allons considérer la robustification de lois de commande prédictive vis-à-vis des changements impévus des demandes, qui permet de supposer des signaux de demandes prévues nulles : $d_{F_k} = 0$. Plusieurs détails sont fournis en [93]. Avec cette hypothèse, le modèle suivant est obtenu :

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= Ax_k + Bu_k + B_d d_{U_k} \\ y_k &= Cx_k \end{aligned} \quad (2.29)$$

avec $A \in \mathbb{R}^{(\theta+1) \times (\theta+1)}$, $B, B_d, x \in \mathbb{R}^{(\theta+1) \times 1}$, $C \in \mathbb{R}^{1 \times (\theta+1)}$, $u, y, d_U \in \mathbb{R}$ et $\theta \in \mathbb{N}^*$ et les notations suivantes :

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} 1 & 0_{1,\theta-1} & K \\ 0 & 0_{1,\theta-1} & 0 \\ 0_{\theta-1,1} & I_{\theta-1} & 0_{\theta-1,1} \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0_{\theta-1,1} \end{bmatrix}, \\ B_d &= \begin{bmatrix} -1 \\ 0_{\theta,1} \end{bmatrix}, C = [1 \quad 0_{1,\theta}]. \end{aligned} \quad (2.30)$$

Ce modèle considère que toutes les transactions sont faites pendant les heures de travail d'une journée et sont calculés comme leurs valeurs à la fin des heures de travail de cette journée. Cela permet de considérer des retards θ multiples d'une journée. Les valeurs des paramètres θ et K varient ; une valeur nominale peut être estimée à partir de l'historique de données. Même si le modèle considéré peut paraître simple, cependant il prend en compte la dynamique du système de gestion de production. La plus grande difficulté est liée aux incertitudes associées aux valeurs des paramètres θ et K . Dans la plupart des cas, le temps de production θ dépend de la charge [22], [4]. De plus, les incertitudes du paramètre θ font varier la dimension de la représentation d'état.

2.3.2 Commande prédictive robustifiée du système de gestion de production

Le modèle nominale est obtenu pour $\theta = 5$ et $K = 1$ en (2.30). Nous considérons que les paramètres θ et K peuvent varier dans le domaine suivant : $\theta \in \{4; 5; 6\}$ et $K \in [0, 8; 1]$. Nous considérons que la valeur maximale de K vaut 1, car les articles reçus sont très rarement plus nombreuses que les articles commandés. Cependant, de nombreuses fois, les articles reçus sont moins que les articles demandés.

Plusieurs lois de commande prédictive sont proposées [93] :

- MPC0 – le correcteur prédictif initial qui permet de stabiliser le modèle nominal. Les paramètres de réglage de ce correcteur sont : les horizons de prédiction $N_1 = 5$, $N_2 = 20$, $N_u = 10$ et les pondérations $\tilde{R} = \text{diag}(\tilde{R}_0, \dots, \tilde{R}_0)$ et $\tilde{Q} = \text{diag}(\tilde{Q}_0, \dots, \tilde{Q}_0)$, avec $\tilde{R}_0 = 5$ et $\tilde{Q}_0 = 1$.
- RMPC0 – le correcteur prédictif robustifié face à des incertitudes non-structurées additives et multiplicatives, comme résultat du problème d’optimisation (2.13) avec $c_a = 1$ et $c_m = 1$, avec un ordre $n_Q = 20$ pour le paramètre de Youla-Kučera et les pondérations $W_u = W_y = (1 - 0.9z^{-1})/0.1$. Ce correcteur vérifie la stabilité sur tout le domaine polytopique considéré.
- MPC1 – un nouveau correcteur prédictif qui offre une réponse temporelle plus lente du système nominale en boucle fermée, mais qui est choisi stable sur le domaine polytopique considéré. Les paramètres de réglage de MPC1 sont : $N_1 = 5$, $N_2 = 20$, $N_u = 10$, $\tilde{R} = \text{diag}(\tilde{R}_0, \dots, \tilde{R}_0)$ et $\tilde{Q} = \text{diag}(\tilde{Q}_0, \dots, \tilde{Q}_0)$, avec $\tilde{Q}_0 = 1$ et $\tilde{R}_0 = 5000$.

La boucle fermée du système nominale avec le correcteur MPC0 a un très bon comportement dans le domaine temporel⁹ (voir Figure 2.14), l’inconvénient étant que le correcteur MPC0 ne garantit pas la stabilité de la boucle fermée par rapport aux variations du retard θ . Les paramètres suivants ont été considérées pour les simulations temporelles : une consigne en échelon d’amplitude 1000 et une perturbation en échelon d’amplitude 10 à l’instant 100 jours. La demande prévisionnelle (“forecasted demand”) est considérée nulle $d_F = 0$. La Figure 2.14 montre que le rejet des perturbations obtenu avec le correcteur RMPC0 est détérioré par rapport au correcteur MPC0. Le correcteur MPC1 offre une réponse plus lente, avec un rejet de perturbations plus lente par rapport à MPC0, mais plus rapide par rapport à RMPC0.

⁹Les correcteurs MPC0 et RMPC0 ont le même comportement E/S avant l’arrivée de la perturbation (e.g. “unforecasted demand”).

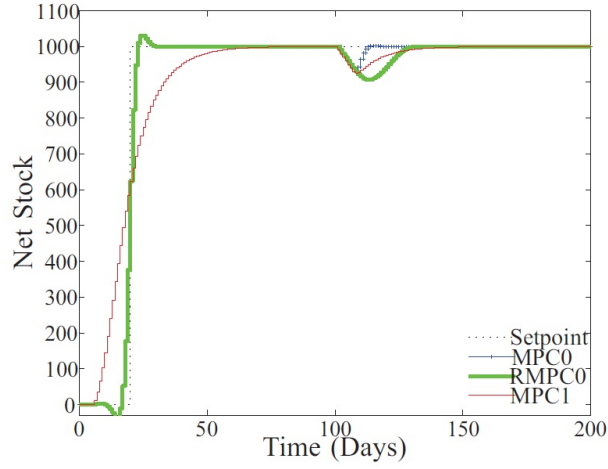


FIGURE 2.14 – Stock net pour $\theta = 5$, $K = 1$.

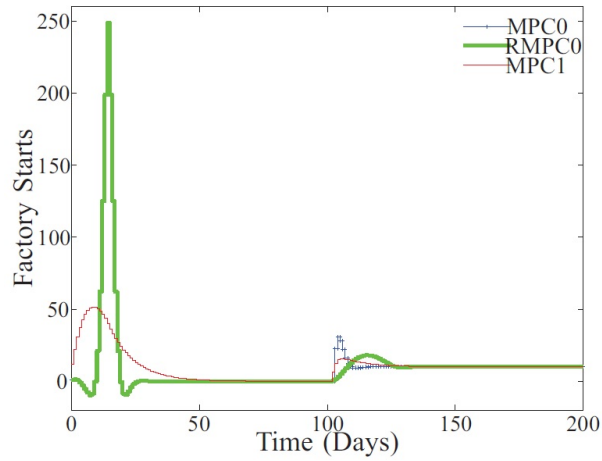


FIGURE 2.15 – Mises en production pour $\theta = 5$, $K = 1$.

La figure 2.15 montre les signaux de commande (qui restent dans des limites convenables) obtenus avec les trois correcteurs. Une diminution importante du signal de commande (“factory starts”) est obtenue avec le correcteur MPC1.

Les figures 2.16 et 2.17 proposent une analyse fréquentielle pour le système nominale du transfert de b à u (voir Figure 2.3) et de la fonction de sensibilité complémentaire (voir Figure 2.4). La norme H_∞ du transfert de b à u est améliorée progressivement de MPC0 à MPC1 et ensuite à RMPC0. La norme

H_∞ du correcteur robustifié peut être encore améliorée en choisissant un ordre plus grand pour le paramètre de Youla-Kučera.

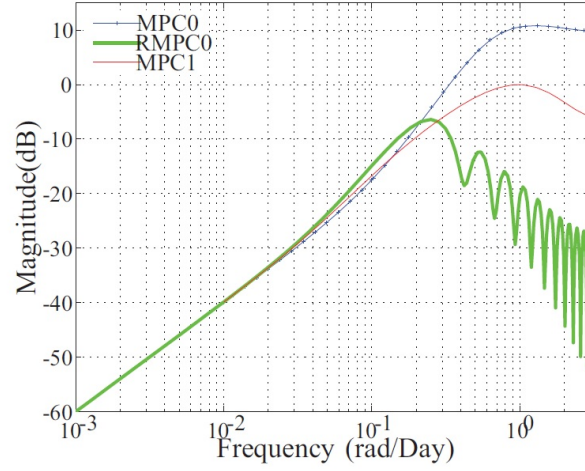


FIGURE 2.16 – Valeurs singulières maximales du transfert de b à u pour $\theta = 5$, $K = 1$.

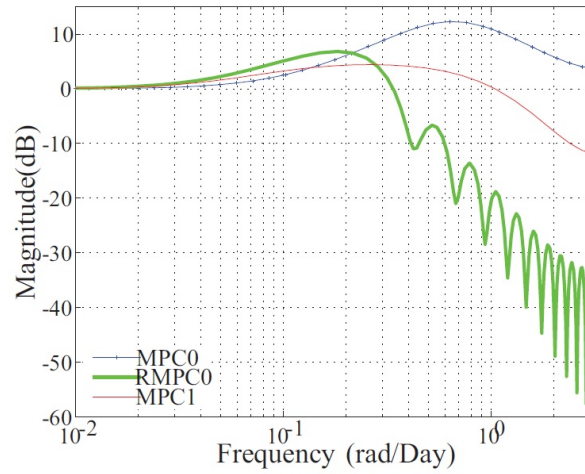


FIGURE 2.17 – Valeurs singulières maximales de la fonction de sensibilité complémentaire pour $\theta = 5$, $K = 1$.

La meilleure norme H_∞ de la fonction de sensibilité complémentaire est obtenue avec le correcteur MPC1, qui est plus robuste par rapport à des

incertitudes non-structurées multiplicatives que RMPC0, encore plus robuste face au même type d'incertitudes que MPC0 (voir Figure 2.17). Ces résultats sont cohérents avec les réponses temporelles obtenues.

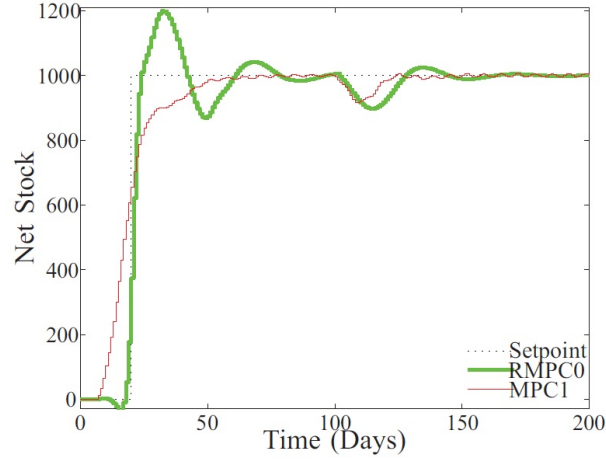


FIGURE 2.18 – Stock net pour $\theta = 6$, $K = 1$.

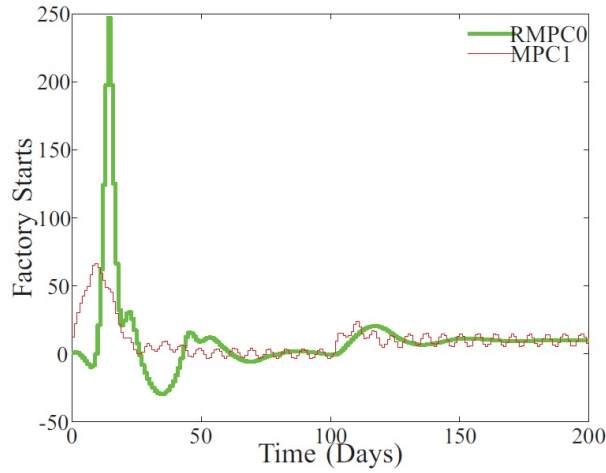


FIGURE 2.19 – Mises en production pour $\theta = 6$, $K = 1$.

Les Figures 2.18 et 2.19 montrent la sortie et la commande obtenue pour une valeur $\theta = 6$. Dans ce cas le correcteur MPC0 ne stabilise plus le système et il n'a plus été représenté dans les figures indiquées. Nous pouvons souligner le compromis entre RMPC0 (meilleure performance E/S pour le système

nominale, avec stabilité du domaine polytopique considéré) et MPC1 (comportement E/S plus lent du système nominale, mais parfois avec un meilleur comportement E/S pour les systèmes affectés par des incertitudes - Figure 2.18). Nous pouvons également remarquer les oscillations (faibles) introduites par le correcteur MPC1.

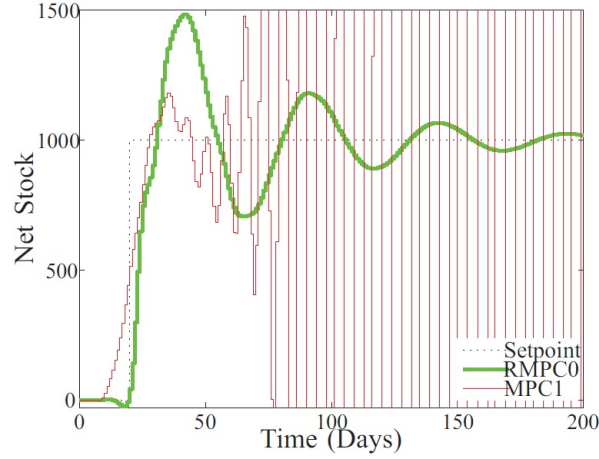


FIGURE 2.20 – Stock net pour $\theta = 8$, $K = 0,8$.

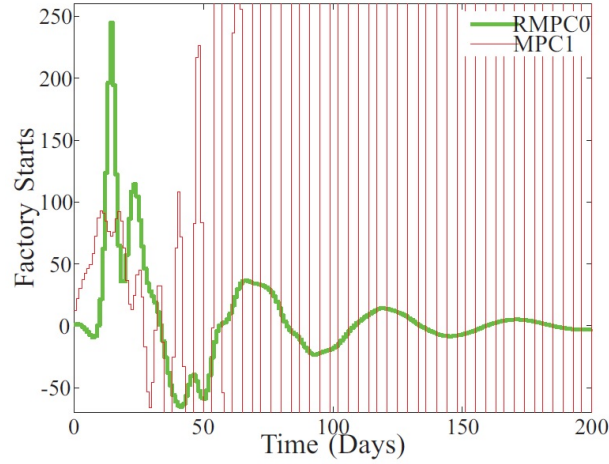


FIGURE 2.21 – Mises en production pour $\theta = 8$, $K = 0,8$.

Une analyse de la boucle fermée avec les correcteurs RMPC0 et MPC1 est proposée dans les Figures 2.20 et 2.21 pour des variations plus grandes du

retard $\theta = 8$. Le cas $K = 0.8$ a été considéré. Dans ce cas le correcteur MPC1 ne stabilise plus le système considéré. Le correcteur RMPC0 offre toujours un comportement stable (même si très oscillant), soulignant une fois de plus l'importance de la robustification.

2.4 Développement d'une boîte à outils MATLAB : PolyRMPC

Afin de faciliter la mise en oeuvre de la méthode de robustification de lois de commande prédictives, un logiciel PolyRMPC [65] conçu comme une boîte à outils MATLAB a été également développé. Ce logiciel vient dans la continuité du logiciel précédent MIMOptMPC [96] et apporte plusieurs améliorations. La boîte à outils PolyRMPC permet de prendre en compte la robustification par rapport aux incertitudes polytopiques (ce que son prédécesseur MIMOptMPC ne le permettait pas). Une nouvelle architecture fondée sur la Programmation Orientée Object a été utilisée pour PolyRMPC.

2.4.1 Description de la boîte à outils PolyRMPC

Le logiciel inclut tous les aspects théoriques de la méthode de robustification d'une loi de commande initiale face à des incertitudes non-structurées et polytopiques, en garantissant de plus des spécifications de performance nominale. L'interface graphique est constituée d'une fenêtre principale (composée de quatre onglets utilisés au choix du système éventuellement incertain, du modèle, du correcteur et de l'analyse des résultats), illustrée par la Figure 2.22-1, qui fait intervenir les fenêtres complémentaires suivantes :

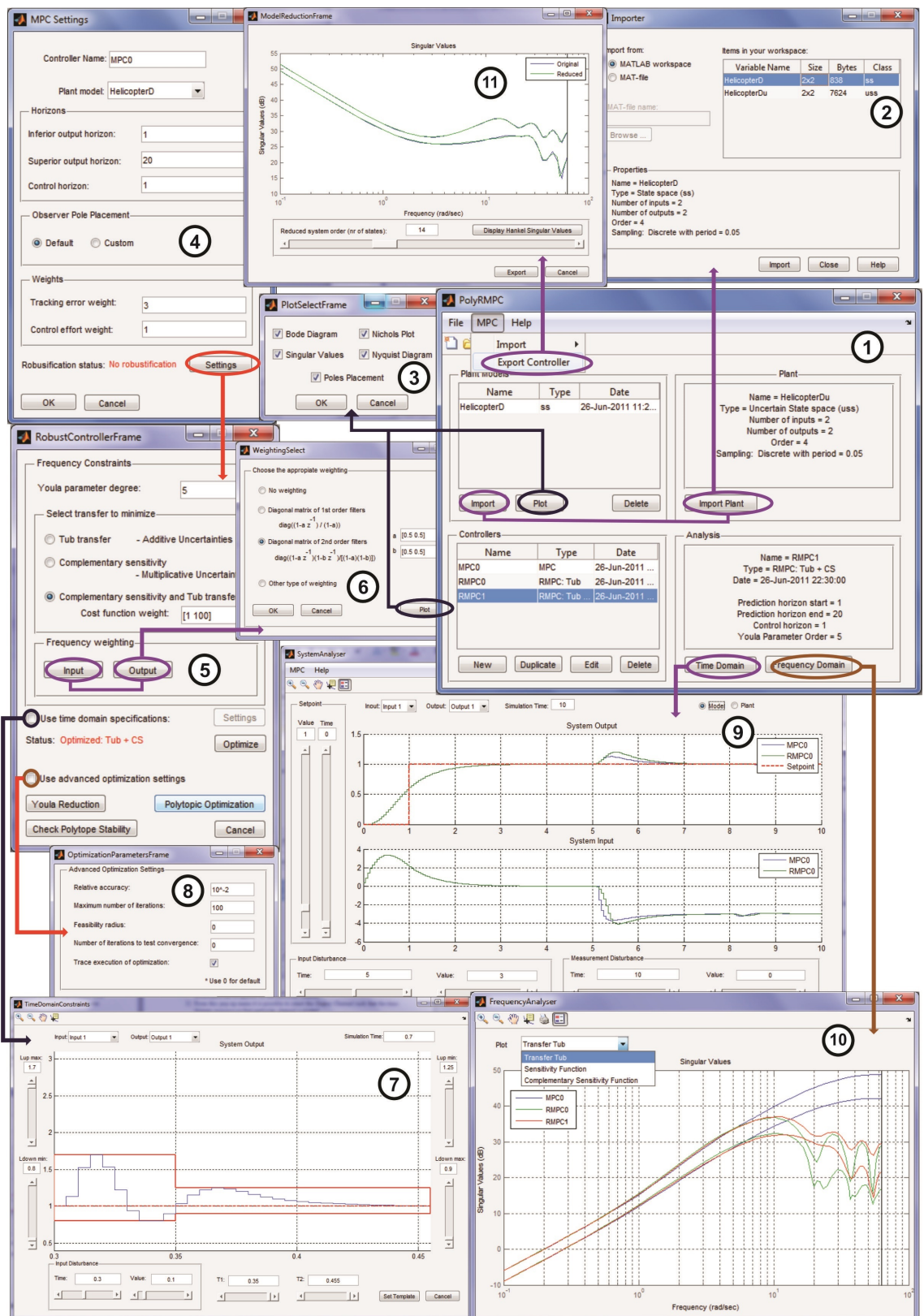
1. *Main Window* – fenêtre principale ;
2. *Import Window* – fenêtre qui permet d'importer un modèle/un système ;
3. *Model Plot Window* – fenêtre qui permet d'analyser le modèle ;
4. *Initial MPC Settings Window* – fenêtre qui permet de choisir les paramètres de réglage du correcteur prédictif ;
5. *Robust Controller Setting Window* – fenêtre de robustification d'un correcteur prédictif existant ;
6. *Weighting Select Window* – fenêtre qui permet de choisir les pondérations nécessaires dans l'étape de robustification ;

-
7. *Time Domain Template Specification Window* – fenêtre qui permet le choix des gabarits temporels pour le rejet des perturbations ;
 8. *Advanced LMI Optimization Setting Window* – fenêtre qui permet de choisir les paramètres de réglage avancé des LMIs utilisées dans l'étape de robustification ;
 9. *Time Domain Analysis Window* – fenêtre d'analyse des réponses temporelles (sorties et commandes) ;
 10. *Frequency Domain Analysis Window* – fenêtre d'analyse des réponses fréquentielles ;
 11. *Export Window - Model Order Reduction* – fenêtre qui permet de réduire la taille du correcteur et de l'exporter.

Grâce à son développement dans l'environnement MATLAB/GUIDE avec une architecture de Programmation Orientée Objet, ce logiciel est un outil modulable et très flexible autorisant des extensions de façon simple. Avec PolyRMPC, plusieurs types de correcteurs robustifiés peuvent être développés. Des outils de visualisation des résultats sont proposés à chaque étape, afin de permettre une analyse comparative des réponses obtenues.

Exemples d'objets utilisés :

1. *MPCController* – contient les informations nécessaires pour un correcteur ;
2. *Simulation Options* – contient les informations nécessaires pour les consignes, les perturbations agissant sur les différents canaux E/S ;
3. *Optimization Settings* – contient les informations nécessaires aux différentes méthodes de robustification ;
4. *Disturbance Rejection Template* – contient les informations liées aux gabarits temporels imposés.



72
FIGURE 2.22 – PolyRMPc.

La toolbox permet de synthétiser des correcteurs pour des systèmes monovariables ou multivariables, donnés soit sous la forme de fonctions de transfert, soit sous forme d'état. Les modèles/systèmes peuvent être importés soit à partir de l'espace de travail, soit à partir d'un fichier. Les incertitudes paramétriques sont prises en compte en utilisant des objets de type "uss" ("uncertain state space") de la Robust Control Toolbox de MATLAB. Une nouvelle caractéristique de PolyRMPc est le module de réduction dimensionnelle du correcteur à base d'une analyse des valeurs singulières de Hankel. De plus ce logiciel permet de sauvegarder les projets en cours et de charger des anciens projets, ce qui s'avère très utile pour les utilisateurs.

Une description détaillée de chaque fenêtre Figure 2.22 est proposée en [65], seulement les étapes les plus importantes sont reprises par la suite. D'abord le modèle du système incertain est sélectionné en cliquant sur le bouton *Import Plant* de l'onglet *Plant* Figure 2.22-1. La fenêtre Figure 2.22-2 s'ouvre permettant de choisir le système. Différentes propriétés du système sont affichées dans cette fenêtre. Ensuite un modèle nominale est choisi utilisant l'onglet *Plant Models* Figure 2.22-1. Une analyse du modèle peut s'effectuer via le bouton *Plot* (voir Figure 2.22-3). Une fois le modèle sélectionné, il est possible de créer des correcteurs prédictifs et ensuite de les robustifier via l'onglet *Controllers* de la fenêtre principale Figure 2.22-1. La fenêtre *MPC Settings* Figure 2.22-4 permet de choisir les paramètres de réglage du correcteur prédictif, ainsi que de robustifier (via le bouton *Settings*) un correcteur prédictif stabilisant le système nominale. La fenêtre *RobustControllerFrame* Figure 2.22-5 est utilisée pour le choix de la méthode de robustification. Des gabarits temporels peuvent également être pris en compte dans cette phase via le bouton *Settings* du choix *Use Time Domain Specifications* ; la fenêtre *TimeDomainConstraints* 2.22-7 s'ouvre. Plusieurs options de réglage avancé des paramètres des problèmes d'optimisation LMIs peuvent être considérées via l'option *Use advanced optimization settings*, qui ouvre la fenêtre représentée Figure 2.22-8. La fenêtre *RobustControllerFrame* propose également la prise en compte des incertitudes polytopiques dans la robustification et la vérification de la stabilité dans le domaine polytopique considéré. Une fois les options de robustification choisies, il faut cliquer sur *Optimize* Figure 2.22-5 pour démarrer la procédure de robustification. Les résultats des simulations dans le domaine temporel (fenêtre *SystemAnalyser*, Figure 2.22-9) ou fréquentiel (fenêtre *FrequencyAnalyser*, Figure 2.22-10) s'affichent à partir de l'onglet *Analysis* Figure 2.22-1. Une réduction de l'ordre du correcteur (fenêtre *ModelReducingFrame*, Figure 2.22-11) est proposée avant d'exporter le correcteur via l'option *Export Controller*, Figure 2.22-1.

2.4.2 Commande d'un modèle d'un hélicoptère Quanser 2-DOF avec PolyRMPC

Bien que la boîte à outils PolyRMPC a été testée sur de nombreux systèmes, une application au modèle multivariable d'un hélicoptère Quanser, représenté Figure 2.23, sera présentée dans la suite. Plusieurs détails se trouvent en [65]. Un modèle non-linéaire simplifié [63], [17] est le suivant :

$$\begin{cases} J_p \ddot{\theta} \approx R_p F_p + G_p(T_y, \dot{\psi}) + R_c F_g \cos \theta \\ J_y \ddot{\psi} \approx R_y F_y + G_y(T_p, \dot{\theta}) \end{cases} \quad (2.31)$$

avec p l'indice pour tangage ("pitch"), y l'indice pour lacet ("yaw"), θ angle de tangage relative à l'axe horizontale, ψ angle de lacet, J le moment d'inertie, F la force générée par les hélices, R la distance entre le moteur considéré et le pivot, R_c la distance entre le centre de masse et le pivot, F_g la force gravitationnelle actionnant dans le centre de masse, G des couples (non souhaités) aux axes des hélices, T des tensions.

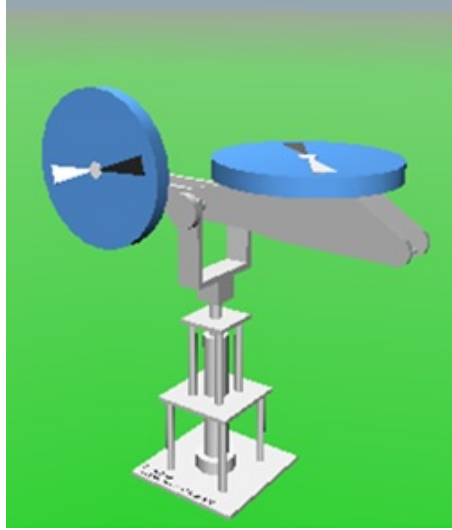


FIGURE 2.23 – Hélicoptère Quanser 2-DOF.

Un modèle linéarisé [63], [17] est utilisé pour la synthèse des lois de commande prédictive robustifiées à l'aide de PolyRMPC :

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx \end{cases} \quad (2.32)$$

avec $x = [\theta \ \psi \ \dot{\theta} \ \dot{\psi}]^\top$, $u = [V_p \ V_y]^\top$, $y = [\theta \ \psi]^\top$ et les matrices suivantes :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\frac{B_p}{J_p+ml^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{B_y}{J_y+ml^2} \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{K_{pp}}{J_p+ml^2} & \frac{K_{py}}{J_p+ml^2} \\ \frac{K_{yp}}{J_y+ml^2} & \frac{K_{yy}}{J_y+ml^2} \end{bmatrix}, \quad (2.33)$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

où $J_p = 0,0384\text{kg m}^2$ et $J_y = 0,0432\text{kg m}^2$ sont les moments d'inertie, $m = 1,38\text{kg}$ est la masse, $l = 0,186\text{m}$ est la distance entre le centre de masse et l'axe de tangage, $K_{pp} = 0,204\text{Nm/V}$, $K_{py} = 0,0068\text{Nm/V}$, $K_{yp} = 0,0219\text{Nm/V}$, $K_{yy} = 0,072\text{Nm/V}$ sont des constants de couple de poussé et les paramètres incertains $B_p \in [0,3; 0,9]\text{N/V}$ et $B_y \in [0,2; 0,4]\text{N/V}$ correspondent à l'amortissement visqueux.

Le modèle continu sera discrétisé par une méthode de premier ordre avec une période d'échantillonnage de 0,05s. Les paramètres nominales suivants sont considérés : $B_{p0} = 0,8\text{N/V}$ et $B_{y0} = 0,3\text{N/V}$. Les correcteurs suivants sont synthétisés [65] :

- MPC0 – le correcteur prédictif initial qui permet de stabiliser le modèle nominal. Les paramètres de réglage de ce correcteur sont : les horizons de prédiction $N_1 = 1$, $N_2 = 20$, $N_u = 1$ et les pondérations $\tilde{R} = \text{diag}(\tilde{R}_0, \dots, \tilde{R}_0)$ et $\tilde{Q} = \text{diag}(\tilde{Q}_0, \dots, \tilde{Q}_0)$, avec $\tilde{R}_0 = 1$ et $\tilde{Q}_0 = 3$.
- RMPC0 – le correcteur prédictif robustifié face à des incertitudes non-structurées additives, comme résultat du problème d'optimisation (2.10) avec un ordre $n_Q = 5$ pour le paramètre de Youla-Kučera.
- RMPC1 – le correcteur prédictif robustifié face à des incertitudes non-structurées additives et polytopiques, solution de l'Algorithme 2.1, avec $c_a = 1$, $c_m = 100$, qui trouve une solution locale après 7 itérations.

La Figure 2.24 montre que le correcteur RMPC0 ne stabilise pas le système pour tout l'ensemble d'incertitudes polytopiques considérées, contrairement au correcteur RMPC1 qui stabilise le système sur l'ensemble considéré (Figure 2.25).

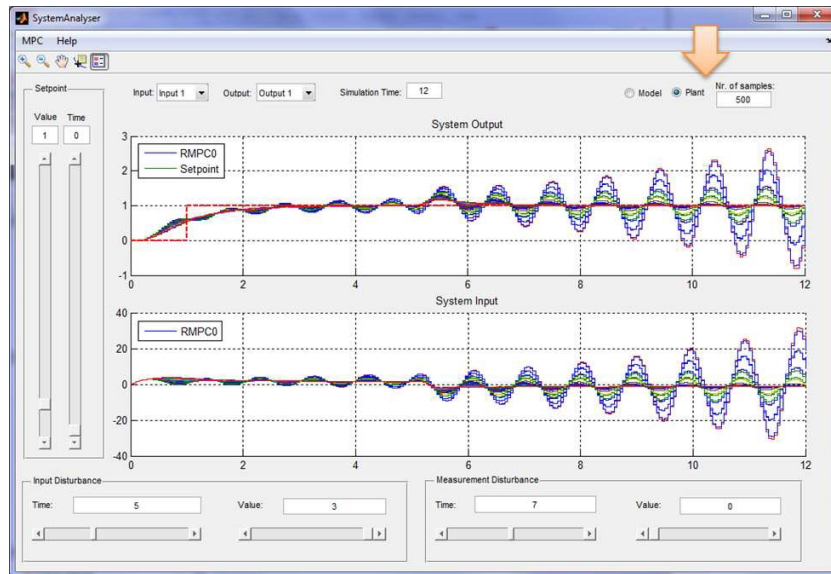


FIGURE 2.24 – Analyse temporelle du système incertain bouclé avec RMPC0.

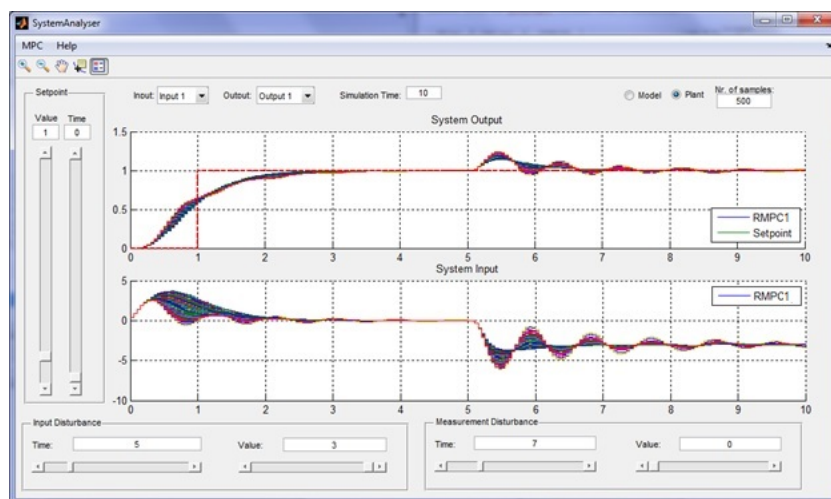


FIGURE 2.25 – Analyse temporelle du système incertain bouclé avec RMPC1.

Le bouton *Polytopic Optimization* (Figure 2.22-5) permet de démarrer la procédure de robustification. Pendant le déroulement de cette procédure de robustification face à des incertitudes polytopiques, la Figure 2.26 montre le progrès fait par la solution sous-optimale de (2.16), obtenue via l'Algorithme 2.1.

L'analyse fréquentielle comparative du transfert de b à u est donnée Figure 2.22-10. Le correcteur RMPC1 est le résultat du compromis entre MPC0 et RMPC0.

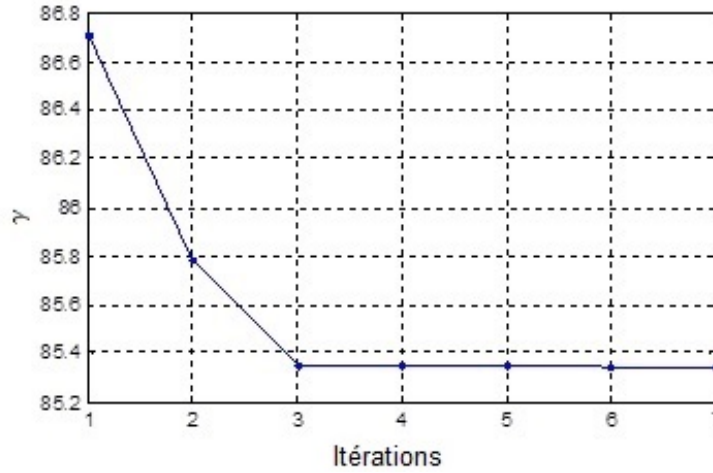


FIGURE 2.26 – Solution sous-optimale γ obtenue avec l'Algorithme 2.1.

Une réduction de l'ordre du correcteur RMPC1 est réalisée après une analyse des valeurs singulières de Hankel proposée par la boîte à outils Figure 2.27. Nous choisissons de garder les 14 valeurs les plus représentatives. La comparaison dans le domaine fréquentielle entre le correcteur initial RMPC1 et le correcteur de taille réduite¹⁰ est proposé Figure 2.22-11. Une analyse des simulations temporelles du système non-linéaire bouclé avec le correcteur de taille réduite est proposée dans la suite (Figure 2.28 – les sorties, Figure 2.29 – les entrées) pour un profil de signal d'entrée trouvé dans la littérature. Nous pouvons remarquer la bonne performance nominale malgré la présence des différentes incertitudes, des perturbations, bruits de mesure et des non-linéarités considérés.

¹⁰La méthode proposée de réduction de l'ordre du correcteur ne permet pas de garantir la stabilité du système bouclé sur l'ensemble polytopique incertain considéré. Une fois le correcteur de taille réduite obtenu, il faudra tester la stabilité sur le domaine incertain considéré.

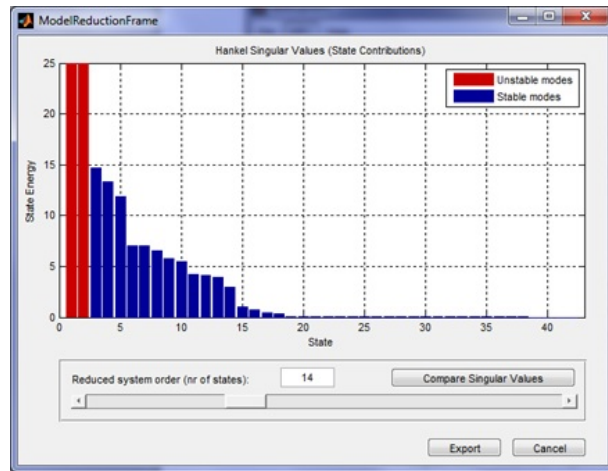


FIGURE 2.27 – Analyse de valeurs singulières de Hankel.

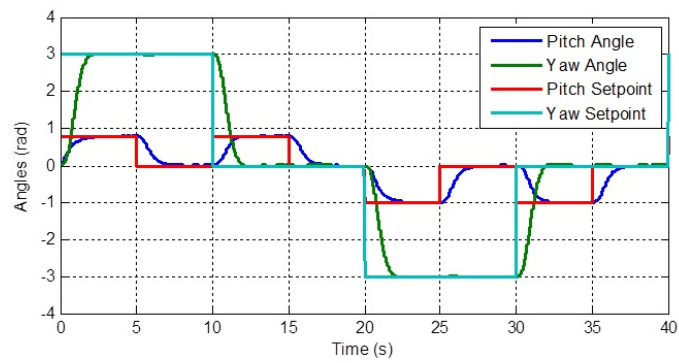


FIGURE 2.28 – Sorties.

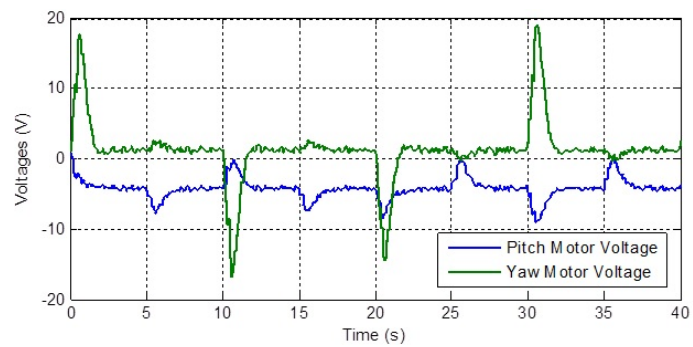


FIGURE 2.29 – Commandes.

2.5 Application à un modèle d'une centrale électrique au charbon

Cette section propose une application des techniques de robustification via la paramétrisation de Youla-Kučera pour la commande d'un modèle d'une centrale électrique au charbon [89]. L'intérêt de l'application à ce système consiste à montrer que l'on peut appliquer la méthode de robustification proposée non seulement à des lois de commande prédictive.

2.5.1 Modèle simplifié de la centrale électrique au charbon

Un schéma simplifié de la centrale électrique au charbon [104], [90] est donné Figure 2.30. Nous considérons dans la suite un modèle qui a comme entrées le flux de charbon et l'ouverture de la vanne de la turbine et comme sorties la charge et la pression des vapeurs. Ce modèle [104] a été identifié à partir d'un simulateur non-linéaire d'une centrale électrique au charbon de 125MW, linéarisé au tour d'un point de fonctionnement avec une charge de 122MW et une pression des vapeurs de 136bar.

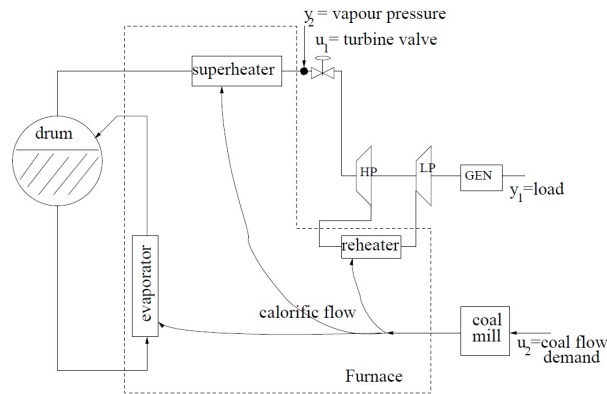


FIGURE 2.30 – Schéma simplifié d'une centrale électrique au charbon.

Le modèle à temps continu (supposant une mise à l'échelle appropriée) est donné par :

$$G_c(s) = \begin{bmatrix} \frac{271,8s-1,72}{3435s^2+244s+1} & \frac{0,2303 e^{-100s}}{7040s^2+204s+1} \\ \frac{-3,195}{5133s^2+206s+1} & \frac{0,02661 e^{-100s}}{8052s^2+188s+1} \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

La caractéristique de ce modèle multivariable reste le retard $\theta = 100\text{s}$ sur le deuxième canal, qui est une approximation du bruteur à charbon (“coal mill”). Un modèle sous forme d’état à temps discret avec une période d’échantillonnage de 5s sera utilisé par la suite :

$$G(z) = \begin{bmatrix} \frac{0,327z-0,3376}{z^2-1,695z+0,7011} & \frac{10^{-4}(3,897z+3,714)}{z^{20}(z^2-1,862z+0,8651)} \\ \frac{-0,007282z-0,006811}{z^2-1,814z+0,8182} & \frac{10^{-4}(3,974z+3,822)}{z^{20}(z^2-1,887z+0,8898)} \end{bmatrix} \quad (2.35)$$

Plusieurs remarques sur le choix de la méthode d’échantillonnage sont données en [89], [86]. Nous pouvons constater le retard important sur la deuxième entrée (typique pour les centrales électriques au charbon [78], [109]) de ce système multivariable, ainsi que la caractéristique de non-minimum de phase sur le transfert entre la première entrée (valve de la turbine) et la première sortie (charge).

2.5.2 Commande robustifiée appliquée au modèle d’une centrale électrique au charbon

Une loi de commande à plusieurs niveaux (voir Figure 2.31) est appliquée à ce système :

- Niveau 0 : une commande initiale sous la forme de deux correcteurs PI découplés est déjà en place [104], [90].
- Niveau 1 : une deuxième boucle de commande optimale (vis-à-vis de la performance nominale) est ajoutée à la commande initiale afin de limiter l’erreur par rapport à une perturbation en échelon sur la charge, considérant également des limitations sur les variations de pression [90]. Cette loi de commande a la forme suivante :

$$\bar{\Omega} = -(I + C_{ini}G)K \quad (2.36)$$

avec C_{ini} le correcteur initial, G la fonction de transfert du système en temps discret et K obtenu par minimisation d’une norme H_2 . Cette minimisation est mise sous la forme d’un problème de type LMI (voir [90], [89] pour plus de détails) :

$$\begin{aligned} \min \quad & \gamma_{opt} \\ \text{s.t.} \quad & LMI_{opt} \end{aligned} \quad (2.37)$$

- Niveau 2 : une robustification face aux incertitudes non-structurées additives et aux incertitudes structurées utilisant la paramétrisation de Youla est également ajoutée à la structure de commande précédente [89]. Les incertitudes structurées ont permis de prendre en compte des variations de $\pm 20\%$ de la valeur nominale du retard $\theta = 100$ (utilisant une approximation Padé de premier ordre). Le paramètre de Youla-Kučera est obtenu en résolvant un problème BMI de type (2.16).

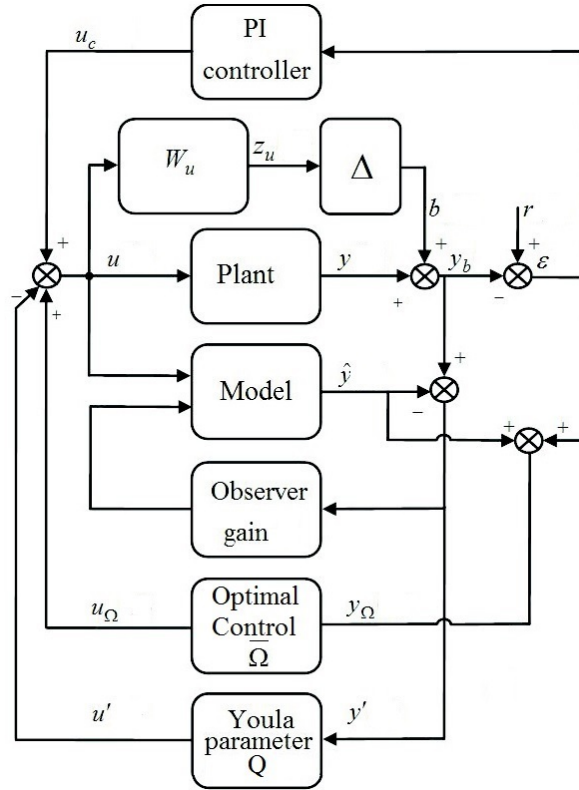


FIGURE 2.31 – Structure de commande à plusieurs niveaux.

Une comparaison des réponses fréquentielles obtenus avec les trois types de correcteur proposés est représentée Figure 2.32. Nous pouvons remarquer que le correcteur obtenu au Niveau 1 (en vert) est moins robuste (mais avec une meilleure performance nominale – voir Figure 2.33) que le correcteur initial (en bleu). Le correcteur robustifié obtenu au Niveau 2 (en magenta), avec un paramètre Q d'ordre $n_Q = 5$ est plus robuste que le correcteur initial. Augmentant la taille de Q (i.e. $n_Q = 10$) permet de gagner encore en robustesse.

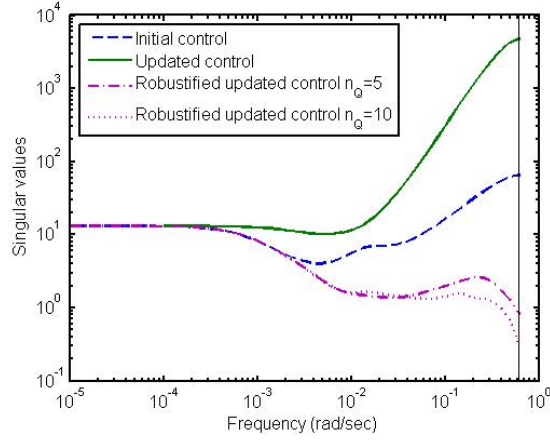


FIGURE 2.32 – Valeurs singulières du transfert de b à z_u .

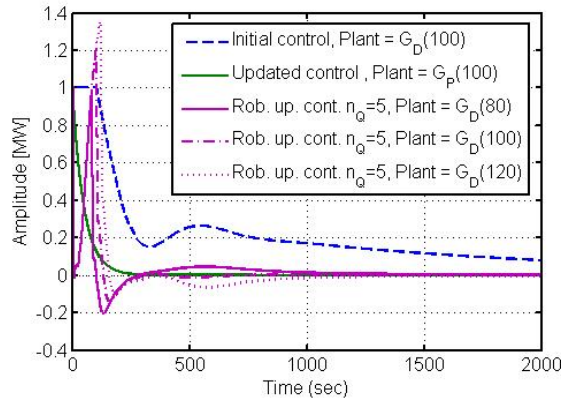


FIGURE 2.33 – Réponse indicielle de la sensibilité de sortie (“output sensitivity step responses”) du b_1 (valve de la turbine) à y_1 (charge).

Dans le domaine temporel (Figure 2.33), la meilleure performance est obtenue par le correcteur du Niveau 1 (en vert). Il faut également noter que, dans cette figure, G_D représente le système avec le ‘vrai’ retard et G_P représente le modèle avec le retard obtenu par une approximation Padé de premier ordre. Le système avec le ‘vrai’ retard bouclé avec la commande obtenue au Niveau 1 devient instable. Nous pouvons constater que la robustification ne dégrade pas trop les performances nominales. Il faut noter que le correcteur du Niveau 1 est instable pour un retard $\theta = 80s$ ou $\theta = 120s$. Seule la réponse temporelle de la première entrée vers la première sortie est donnée ici ;

plusieurs détails, ainsi qu’une analyse de l’influence du retard, ont été donnés en [89], [86].

Cette application a permis d’utiliser la procédure de robustification de Youla-Kučera d’une loi de commande initiale, non nécessairement prédictive.

2.6 Techniques de réduction du conservatisme

Cette section s’appuie sur les résultats obtenus en collaboration avec Emile Simon et Vincent Wertz de l’Université Catholique de Louvain, en Belgique. Le point de départ est la structure de commande à plusieurs niveaux proposée dans la sous-section précédente. Cette structure nous a permis de prendre en compte différents objectifs dans le problème d’optimisation afin d’obtenir un correcteur qui répond à la fois aux demandes de performance nominale et de stabilité robuste. Dans la continuité de cette approche, la première idée a été de proposer une solution moins conservatrice pour la commande multi-objectifs H_2/H_∞ de type retour de sortie appliquée aux systèmes LTI [88]. Ces types de lois de commande à deux degrés de liberté sont obtenus par des méthodes à base d’équations de Riccati [110] ou des techniques LMI/BMI [15], [82], [81], introduisant du conservatisme lié à l’utilisation d’une fonction de Lyapunov identique pour tous les objectifs considérés. Dans le cas des inégalités de type BMI, l’espace de recherche de la solution n’est plus convexe. Généralement, dans ce cas les solutions (sous-optimales consistent à relaxer le problème BMI à un problème LMI en faisant des changements appropriés des variables. Nous connaissons deux modes de tel changement de variables : avec un correcteur d’ordre plein (“full-order control”) [56], [81] ou avec un correcteur d’ordre fixe à base d’observateur (“fixed-order observer-based control”) [82], [19].

La technique proposée pour réduire le conservatisme est représentée Figure 2.34. Cette approche consiste en deux changements successifs des variables [88] : un changement permettant de choisir les valeurs des paramètres A_Q et B_Q du paramètre de Youla-Kučera et un changement permettant de choisir les matrices C_Q et D_Q . Il faut noter que dans la technique proposée dans la Section 2.1, les matrices A_Q et B_Q sont fixées a priori par le choix d’un filtre FIR dans le domaine bleu de la Figure 2.34. La nouvelle technique des changements successifs de variables permet d’accéder à des solutions appartenant au domaine vert Figure 2.34, permettant d’élargir l’espace des solutions, par rapport au domaine bleu. Des détails sur le choix des variables, ainsi qu’un exemple de convergence sont donnés en [88].

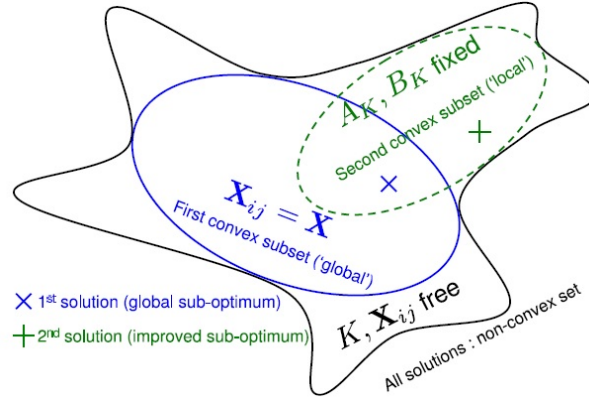


FIGURE 2.34 – Espace des solutions.

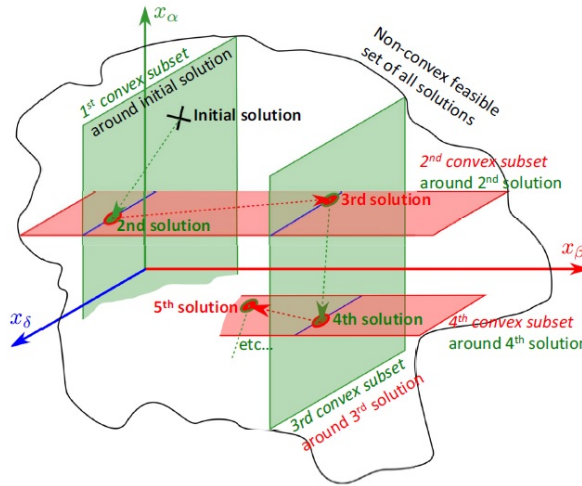


FIGURE 2.35 – Représentation graphique de l'algorithme proposé [87].

Une deuxième approche a été développée [87] à partir de l'observation que seulement les variables S_{12} , T_{12} et T_{22} (provenant de la variable de Lyapunov) multiplient les matrices A_K et B_K du correcteur. Cela a permis de regrouper les variables en trois (bloc-)coordonnées x_α , x_β et x_δ (voir Figure 2.35). De plus x_δ apparaît toujours de manière affine dans le problème d'optimisation considéré, simplifiant la procédure. Un algorithme pour résoudre le problème non-convexe de type BMI ("LMI-based coordinate descent method" [87]) vient compléter ces résultats. Le problème originale (de type BMI) est résolu indépendamment, à chaque étape, pour chaque coordonnée, par une

optimisation de type LMI. Plusieurs détails sur cet algorithme, ainsi qu'un exemple sont illustrés en [87]. De plus, la technique proposée pourra être élargie au cas des problèmes d'optimisation de type "branch-and-bound" ou de type essaim particulière [80].

Parmi les perspectives de ces approches, nous pouvons citer une comparaison avec la technique de relaxation des BMIs par des approximations locales successives avec des LMIs proposée par [61].

2.7 Conclusions et perspectives

Les travaux proposés dans ce chapitre s'inscrivent dans la continuité immédiate de mes travaux de thèse, les éléments communs étant la commande prédictive, la commande robuste face à des incertitudes, les approches de type Inégalités Linéaires Matricielles/Inégalités Bilinéaires Matricielles (LMIs/BMIs). Les concepts théoriques de la méthode de robustification hors-ligne de lois de commande prédictive multivariables via la paramétrisation de Youla-Kučera sont rappelés rapidement. Plusieurs types d'incertitudes sont considérées dans l'étape de robustification (incertitudes non-structurées additives et/ou multiplicatives, incertitudes structurées). Le problème de robustification est mise dans une forme de LMIs/BMIs. La prise en compte de chaque type d'incertitudes ajoute une nouvelle contrainte de type LMI (voir BMI dans le cas des incertitudes structurées) au problème initial. Des gabarits temporels peuvent être également imposés pour le rejet des perturbations.

Nous retrouvons également plusieurs applications sur différents exemples de la méthode proposée : une application à un modèle deux-axes d'un robot médicale, une application à un modèle d'un système de gestion de production, une application à un modèle simplifié d'une centrale électrique au charbon. Ces applications montrent l'intérêt de l'utilisation de l'approche proposée sur des systèmes multivariables en présence des perturbations, avec de fort couplage, avec des non-linéarités, avec du retard, avec des paramètres qui peuvent varier dans une certaine plage, sur des systèmes à non-minimum de phase etc.

Une boîte à outils (PolyRMPC) a été développée afin de simplifier la mise en oeuvre de la technique proposée. Cette toolbox se veut un lien entre la complexité de la théorie et la facilité d'implantation nécessaire dans la pratique, afin de combler l'écart entre ces deux domaines.

La dernière partie du chapitre est dédiée aux techniques de réduction du conservatisme de certains problèmes de type BMIs provenant de la synthèse des régulateurs robustes.

Plusieurs perspectives sont possibles, notamment des comparaisons avec

des techniques de réduction du conservatisme de type “branch-and-bound” ou de type essaim particulière dans le cadre des résolution des problèmes de type BMI. Des comparaisons avec des approches stochastiques peuvent également être envisagées. Une perspective immédiate consiste à comparer l’approche proposée avec d’autres méthodes existant dans la littérature pour la prise en compte du retard. Une application de la méthode de robustification sur des systèmes en commutation pourra également être considérée dans des travaux futures.

En conclusion, le sujet proposé dans ce chapitre a atteint la maturité. Il continue à faire partie de mes travaux de recherche actuels, mais avec une tendance plutôt de consolidation et diffusion vers l’industrie. Des nouvelles pistes “prioritaires” qui se sont développées les dernières années seront détaillées dans les chapitres suivants.

Chapitre 3

Estimation ensembliste des systèmes incertains

Les travaux présentés dans ce chapitre sont issus d'un premier co-encadrement de thèse [45] dans le cadre d'une collaboration avec l'Université de Séville. Dans le contexte des systèmes incertains, de la commande prédictive et des Inégalités Linéaires/Bilinéaires Matricielles, des nouvelles pistes de recherche se sont ouvertes parmi lesquelles se trouvent :

- Estimation d'état des systèmes incertains à base des ensembles zonotopiques, dans le contexte déterministe des systèmes avec des perturbations bornées, des bruits bornés et des incertitudes par intervalle ;
- Commande prédictive robuste à base d'observateur ensembliste zonotopique, en considérant également des perturbations et des bruits de mesure bornés ainsi que des contraintes sur l'état et sur la commande.

Dans la littérature, les approches permettant l'estimation d'état des systèmes en présence de perturbations et/ou incertitudes peuvent être groupées en deux classes :

- Approches probabilistes (e.g. filtre de Kalman [37], [57], [91]) fondées sur des hypothèses probabilistes sur les perturbations et les bruits, qui sont parfois difficiles à vérifier ;
- Approches déterministes, également appelées approches ensemblistes, qui supposent que les perturbations sont bornées par différents ensembles : ellipsoïdes [11], [18], [25], [43], [64], [84], polytopes (boîtes ou parallélotopes) [6], [102], [101], zonotopes [2], [20], [76].

Les zonotopes sont utilisés comme un compromis entre les ensembles ellipsoïdaux qui sont moins précis [101] et les ensembles polytopiques qui sont plus complexes.

Dans la suite quelques notions de base seront rappelées sur les ensembles zonotopiques et leurs propriétés.

3.1 Définitions utiles

Définition 3.1. Un *intervalle* $\mathcal{I} = [a, b]$ est défini par un ensemble borné $\{x : a \leq x \leq b\}$.

Le *centre* et le *rayon* d'un intervalle $\mathcal{I} = [a, b]$ sont représentés par $\text{mid}(\mathcal{I}) = \frac{a+b}{2}$ et $\text{rad}(\mathcal{I}) = \frac{b-a}{2}$, respectivement.

Définition 3.2. Une *boîte* est définie comme un vecteur d'intervalles $([a_1, b_1], \dots, [a_n, b_n])^\top$, où $[a_i, b_i]$ sont des intervalles.

\mathbf{B}^m est défini comme la *boîte unitaire* dans \mathbb{R}^n .

Définition 3.3. Une *matrice intervalle* $[M] \in \mathbb{I}^{n \times m}$ est une matrice qui a des intervalles comme éléments.

Définition 3.4. Soit un vecteur $c \in \mathbb{R}^n$ et une matrice symétrique définie positive $P = P^\top \succ 0$, l'*ellipsoïde* \mathcal{E} est défini par $\mathcal{E} = \{x \in \mathbb{R}^n : (x - c)^\top P^{-1}(x - c) \leq 1\}$.

Le vecteur $c \in \mathbb{R}^n$ est nommé le *centre* de l'ellipsoïde \mathcal{E} et la matrice P est appelée la *matrice de forme* de l'ellipsoïde \mathcal{E} .

Définition 3.5. (*H-représentation d'un polytope*) Un polyèdre $\mathcal{P} \in \mathbb{R}^n$ est défini comme l'intersection d'un nombre fini de demi-espaces $\mathcal{P} = \{x \in \mathbb{R}^n : Hx \leq K\}$, avec $H \in \mathbb{R}^{m \times n}$ et $K \in \mathbb{R}^m$. Si \mathcal{P} est borné, alors \mathcal{P} devient un polytope.

Définition 3.6. (*V-représentation d'un polytope*) Soit un ensemble fini de points $\mathcal{V} = \{v_1, v_2, \dots, v_m\} \in \mathbb{R}^n$, un polytope \mathcal{P} est défini par l'enveloppe convexe de l'ensemble \mathcal{V} , i.e. $\mathcal{P} = \text{Co}(\mathcal{V}) = \{\alpha_1 v_1 + \alpha_2 v_2 + \dots + \alpha_m v_m : \alpha_i \in \mathbb{R}^+, \sum_{i=1}^m \alpha_i = 1\}$.

La *H*-représentation et la *P*-représentation sont équivalentes [111]. L'inconvénient principal du polytope est lié à sa complexité qui augmente exponentiellement avec le nombre de sommets. Cette propriété du polytope rend

souvent le calcul très coûteux au niveau du temps de calcul. Un zonotope est un cas particulier de polytope symétrique, qui permet d'avoir une complexité plus réduite par rapport à un polytope. Le zonotope permet de conserver les propriétés d'un polytope, par exemple la V -représentation (intersection d'un nombre fini de demi-espaces) ou la H -représentation (l'enveloppe convexe de ensemble de ces sommets) [44], [111].

Deux définitions de zonotopes sont données ci-dessous.

Définition 3.7. (*Projection linéaire d'un hypercube*) Un zonotope d'ordre m dans \mathbb{R}^n ($m \geq n$) est la translation du centre $p \in \mathbb{R}^n$ de l'image d'un hypercube de dimension m dans \mathbb{R}^n par une application linéaire. Soit une matrice $H \in \mathbb{R}^{n \times m}$ représentant l'application linéaire, le zonotope \mathcal{Z} est défini par :

$$\mathcal{Z} = (p; H) = p \oplus HB^m \quad (3.1)$$

Définition 3.8. (*G-représentation*) Soit un vecteur $p \in \mathbb{R}^n$ et un ensemble de vecteurs $G = \{g_1, g_2, \dots, g_m\} \subset \mathbb{R}^n$, $m \geq n$. Un zonotope \mathcal{Z} d'ordre m est défini par :

$$\mathcal{Z} = (p; g_1, g_2, \dots, g_m) = \{x \in \mathbb{R}^n : x = p + \sum_{i=1}^m \alpha_i g_i; -1 \leq \alpha_i \leq 1\} \quad (3.2)$$

Définition 3.9. Le P -rayon d'un zonotope $\mathcal{Z} = p \oplus HB^m$ est défini comme $l = \max_{z \in \mathcal{Z}} (\|z - p\|_P^2)$, avec $P = P^\top \succ 0$.

Définition 3.10. Pour deux ensembles \mathcal{X} et \mathcal{Y} , la *somme de Minkowski* et la *différence de Pontryagin* sont définies par $\mathcal{X} \oplus \mathcal{Y} = \{x + y : x \in \mathcal{X}, y \in \mathcal{Y}\}$ et $\mathcal{X} \ominus \mathcal{Y} = \{z : z \oplus \mathcal{Y} \subseteq \mathcal{X}\}$, respectivement.

Une propriété essentielle des zonotopes est que la somme de Minkowski de deux zonotopes est un zonotope. Cette propriété n'est pas valable pour les ellipsoïdes.

Propriété 3.1. Le centre et le rayon du produit $[M]N$ d'une matrice intervalle $[M] \in \mathbb{I}^{n \times p}$ et d'une matrice réelle $N \in \mathbb{R}^{p \times q}$ sont donnés par $\text{mid}([M]N) = (\text{mid}[M])N$ and $\text{rad}([M]N) = (\text{rad}[M])|N|$, avec $|N|$ la matrice contenant les valeurs absolues de chaque élément de N .

Définition 3.11. Un ensemble $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ est *robust positif invariant* (RPI) pour le système à temps discret $x_{k+1} = Ax_k + \omega$ avec la perturbation $\omega \in \mathcal{W} \subset \mathbb{R}^n$ si et seulement si $A\Omega \oplus \mathcal{W} \subseteq \Omega$.

De plus, un ensemble Ω_∞ est *minimal robust positif invariant* (mRPI) pour une dynamique donnée, s'il est un ensemble robust positif invariant en \mathbb{R}^n , contenu dans chaque ensemble RPI pour la dynamique considéré.

3.2 Formulation du problème

Considérons un système linéaire monovariante invariant à temps discret :

$$\begin{cases} x_{k+1} = Ax_k + \omega_k \\ y_k = c^\top x_k + v_k \end{cases} \quad (3.3)$$

où $x_k \in \mathbb{R}^n$ est le vecteur d'état du système, $y_k \in \mathbb{R}$ est la mesure de sortie à l'instant k , la matrice A et le vecteur c^\top ont les dimensions appropriées, respectant l'hypothèse de détectabilité de la paire (c^\top, A) . Les notations $\omega_k \in \mathbb{R}^n$, $v_k \in \mathbb{R}$ sont utilisées pour les perturbations sur l'état et le bruit de mesure, respectivement. Les perturbations et les bruits de mesure sont supposés bornés par des zonotopes $\omega_k \in \mathcal{W}$, $v_k \in \mathcal{V}$. On suppose également que l'état initial appartient à un zonotope \mathcal{X}_0 . Pour simplifier le calcul, les centres du zonotope \mathcal{V} et du n_ω -zonotope \mathcal{W} sont supposés être l'origine¹. Avec ces hypothèses et à partir de la définition du zonotope, les ensembles \mathcal{W} et \mathcal{V} peuvent être réécrits sous la forme : $\mathcal{W} = F\mathbf{B}^{n_\omega}$ et $\mathcal{V} = \sigma\mathbf{B}$, où $F \in \mathbb{R}^{n \times n_\omega}$, $\sigma \in \mathbb{R}^+$.

Avec ce modèle, l'estimation ensembliste fondée sur des zonotopes calcule un ensemble zonotopique contenant de manière garantie l'état du système affecté par des incertitudes. Les définitions suivantes sont nécessaires pour la compréhension de la méthode d'observateur ensembliste proposée dans ce chapitre.

Définition 3.12. Soit le système (3.3), l'ensemble des états cohérents avec les mesures ("consistent state set") à l'instant k est défini par $\mathcal{X}_{y_k} = \{x \in \mathbb{R}^n : |c^\top x - y_k| \leq \sigma\}$.

Définition 3.13. Pour le système (3.3), l'ensemble exact des états incertains ("exact uncertain state set") \mathcal{X}_k est l'ensemble contenant les états cohérents avec la sortie mesurée et l'ensemble des états initiaux possibles \mathcal{X}_0 : $\mathcal{X}_k = (A\mathcal{X}_{k-1} \oplus \mathcal{W}) \cap \mathcal{X}_{y_k}$, pour $k \geq 1$.

La méthode d'estimation ensembliste proposée se décompose en deux étapes (*prédiction* et *mise à jour*) :

1. *Prédiction* : calculer le domaine prédit $\bar{\mathcal{X}}_k = A\hat{\mathcal{X}}_{k-1} \oplus \mathcal{W}$ contenant l'état du système en tenant compte des perturbations ;
2. *Mise à jour* :

¹Il est toujours possible d'utiliser un changement de coordonnées afin de ramener les centres des zonotopes \mathcal{V} et \mathcal{W} à l'origine.

-
- *Mesure* : calculer l'ensemble des états cohérents \mathcal{X}_{y_k} en utilisant la mesure y_k ;
 - *Correction* : calculer une approximation extérieure $\hat{\mathcal{X}}_k$ nommée *l'ensemble garanti des états estimés* (“guaranteed state estimation set”) de l'intersection de l'ensemble des états cohérents \mathcal{X}_{y_k} et du domaine prédit $\bar{\mathcal{X}}_k$ afin de trouver l'ensemble contenant l'état du système.

Le calcul exact de l'intersection de l'ensemble des états cohérents et du domaine prédit est difficile. C'est pour cette raison que l'on préfère majorer cette intersection par une approximation extérieure zonotopique de cet ensemble. Plusieurs méthodes d'observateur ensembliste via les zonotopes existent dans la littérature :

1. une approche fondée sur la décomposition en valeurs singulières (DVS) [20] ;
2. des approches fondées sur un problème d'optimisation en minimisant :
 - les segments du zonotope [2] ;
 - le volume du zonotope [2].

L'approche fondée sur la minimisation des segments d'un zonotope présentée dans [2] permet d'avoir un calcul simple, mais la précision d'estimation est limitée. L'approche DVS présentée en [20] et l'approche reposant sur la minimisation du volume d'un zonotope [2] ont des bonnes précisions d'estimation mais les calculs sont complexes. Nous proposons dans ces travaux une nouvelle méthode d'estimation ensembliste fondée sur la minimisation du P -rayon du zonotope. Cette nouvelle méthode permet d'obtenir une bonne précision d'estimation, gardant une complexité réduite de calcul. Une synthèse des résultats obtenus est présentée dans la suite d'abord dans le cas des systèmes monovariables. Une généralisation au cas des systèmes multi-sorties est ensuite proposée.

3.3 Observateur ensembliste fondé sur des ensembles zonotopiques : cas monovariable

Dans cette partie nous considérons d'abord le problème d'estimation d'état du système monovariable (3.3) avec perturbations bornées et bruits de mesure bornés. Ensuite une extension aux cas des systèmes avec incertitudes par intervalle est proposée, i.e. la matrice A d'évolution du système appartient à une matrice intervalle $[A]$.

Soit $\hat{\mathcal{X}}_{k-1} = \hat{p}_{k-1} \oplus \hat{H}_{k-1} \mathbf{B}^r$ une approximation extérieure zonotopique de l'ensemble contenant l'état du système à l'instant $k-1$ et la mesure de la sortie y_k à l'instant k , l'ensemble prédit $\bar{\mathcal{X}}_k$ peut être obtenu par la relation :

$$\bar{\mathcal{X}}_k = A\hat{p}_{k-1} \oplus [A\hat{H}_{k-1} \quad F] \mathbf{B}^{r+n_x} = \bar{p}_k \oplus \bar{H}_k \mathbf{B}^{r+n_x} \quad (3.4)$$

Avec la définition de l'ensemble \mathcal{V} , l'ensemble des états cohérents avec la mesure \mathcal{X}_{y_k} à l'instant k est une bande de contraintes : $\mathcal{X}_{y_k} = \{x \in \mathbb{R}^n : |c^\top x - y_k| \leq \sigma\}$. L'intersection exacte de l'ensemble zonotopique des états prédits $\bar{\mathcal{X}}_k$ avec la bande de mesures \mathcal{X}_{y_k} étant difficile à calculer, une approximation extérieure zonotopique de cette intersection sera recherchée. La propriété suivante permet de formaliser ce résultat.

Propriété 3.2. Soient un zonotope $\mathcal{Z} = p \oplus H\mathbf{B}^r \subset \mathbb{R}^n$, une bande de contraintes $\mathcal{S} = \{x \in \mathbb{R}^n : |c^\top x - d| \leq \sigma\}$ et un vecteur $\lambda \in \mathbb{R}^n$. Définissons une famille de vecteurs $\hat{p}(\lambda) = p + \lambda(d - c^\top p) \in \mathbb{R}^n$ et une famille de matrices $\hat{H}(\lambda) = [(I - \lambda c^\top)H \quad \sigma\lambda] \in \mathbb{R}^{n \times (m+1)}$. Alors l'expression suivante est satisfaite $\mathcal{Z} \cap \mathcal{S} \subseteq \hat{X}(\lambda) = \hat{p}(\lambda) \oplus \hat{H}(\lambda)\mathbf{B}^{r+1}$.

Cette propriété permet d'obtenir une approximation extérieure de l'ensemble contenant l'état à l'instant k , donnée par une famille de zonotopes paramétrisée par le vecteur λ :

$$\hat{\mathcal{X}}_k(\lambda) = \hat{p}_k(\lambda) \oplus \hat{H}_k(\lambda)\mathbf{B}^{r+n_x+1} \quad (3.5)$$

avec les notations suivantes :

$$\begin{cases} \hat{p}_k(\lambda) = A\hat{p}_{k-1} + \lambda(y_k - c^\top A\hat{p}_{k-1}) \\ \hat{H}_k(\lambda) = [(I - \lambda c^\top A\hat{H}_{k-1} \quad (I - \lambda c^\top)F \quad \sigma\lambda] \end{cases} \quad (3.6)$$

Dans la littérature, ils existent des méthodes² pour calculer le vecteur λ : la minimisation des segments du zonotope [2], la minimisation du volume du zonotope [2]. Pour trouver le vecteur optimal λ , une méthode fondée sur la minimisation du P -rayon d'un zonotope (issue d'un compromis entre la précision de l'estimation par la minimisation du volume et la complexité réduite de la minimisation des segments) sera décrite dans la suite.

Cette méthode permet de déterminer le vecteur λ et une matrice symétrique définie positive $P = P^\top \succ 0$ tel que le P -rayon de l'ensemble zonotopique des états estimés soit non croissant. Le concept est illustré Figure 3.1

²Les méthodes existant dans la littérature, ainsi que la méthode proposée dans ce manuscrit sont fondées sur le calcul d'un vecteur λ fixe. Une perspective de ces travaux est de considérer le cas d'un vecteur λ_k qui varient dans le temps. Quelques détails sont donnés dans la Section 5.1.2.

qui propose le zonotope (bleu) représentant l'ensemble contenant l'état du système et l'ellipsoïde (rouge) associé au P -rayon de ce zonotope à différents instants.

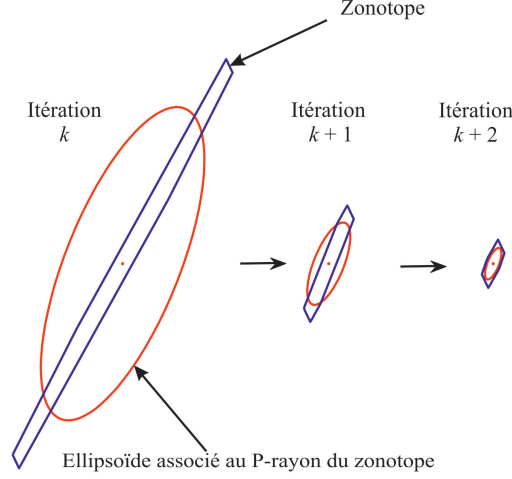


FIGURE 3.1 – Evolution de l'estimation d'état garantie.

Cette condition peut être exprimée par l'expression mathématique suivante qui caractérise la non-croissance du P -rayon :

$$L_k \leq \beta L_{k-1} + \max_{\psi} \|F\psi\|_2^2 + \sigma^2 \quad (3.7)$$

avec la variable scalaire $\beta \in (0, 1]$ afin d'assurer la non-croissance du P -rayon et la constante positive $\epsilon = \max_{\psi} \|F\psi\|_2^2 + \sigma^2 > 0$ afin de borner l'influence des perturbations et des bruits de mesure.

L'équation (3.7) peut être réécrite sous la forme suivante :

$$\max_{\hat{z} \in \mathbf{B}^{r+n_\omega+1}} \|\hat{H}_k(\lambda)\hat{z}\|_P^2 \leq \max_{z \in \mathbf{B}^r} \beta \|\hat{H}_{k-1}z\|_P^2 + \max_{\psi \in \mathbf{B}^{n_\omega}} \|F\psi\|_2^2 + \sigma^2 \quad (3.8)$$

avec $\hat{z} = [z^\top \ \psi^\top \ \eta]^\top \in \mathbf{B}^{r+n_\omega+1}$, $z \in \mathbf{B}^r$, $\gamma \in \mathbf{B}^{n_\omega}$, $\eta \in \mathbf{B}$ et $\beta \in (0, 1]$.

Suivant la démarche proposée [48], une condition suffisante pour (3.8) est donnée par l'inégalité matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} \beta P & 0 & 0 & A^\top P - A^\top c Y^\top \\ * & F^\top F & 0 & F^\top P - F^\top c Y^\top \\ * & * & \sigma^2 & Y^\top \sigma \\ * & * & * & P \end{bmatrix} \succeq 0 \quad (3.9)$$

avec les variables de décision P , $Y = P\lambda$ et $\beta \in (0, 1]$. Due au fait que $\beta \in (0, 1]$, il s'agit d'un cas simple d'Inégalité Bilinéaire Matricielle (BMI) qui peut être résolue de manière efficace appliquant par exemple une technique de bisection sur β (voir [46]) ou le solveur *penbmi* [42].

En faisant l'hypothèse de la convergence de la séquence $\{L_k\}$ vers L_∞ , à l'infini, la condition (3.7) est équivalente à :

$$L_\infty = \beta L_\infty + \epsilon \quad (3.10)$$

ou encore $L_\infty = \frac{\epsilon}{1-\beta}$. Considérant l'ellipsoïde $\mathcal{E} = \{x : x^\top P x \leq \frac{\epsilon}{1-\beta}\}$ ou l'ellipsoïde normalisé $\mathcal{E} = \{x : x^\top \frac{(1-\beta)P}{\epsilon} x \leq 1\}$, minimiser le P -rayon du zonotope (i.e. L_∞) est équivalent à trouver l'ellipsoïde avec le plus petit diamètre [15]. Cette condition est équivalente à un problème de type EVP ("eigenvalue problem") :

$$\begin{aligned} & \max_{\tau, \beta, P} \tau \\ & \text{sous la contrainte } \frac{(1-\beta)P}{\epsilon} \succeq \tau I_{n_x} \end{aligned} \quad (3.11)$$

avec $\tau \in \mathbb{R}^+$, $\beta \in (0, 1]$ et la matrice identité $I_{n_x} \in \mathbb{R}^{n_x \times n_x}$.

Finalement, afin de trouver les valeurs du vecteur $\lambda \in \mathbb{R}^{n_x}$, le problème d'optimisation suivant est résolu :

$\max_{\tau, \beta, P, Y} \tau$
sous les contraintes BMI :

$$\begin{cases} \frac{(1-\beta)P}{\epsilon} \succeq \tau I \\ \begin{bmatrix} \beta P & 0 & 0 & A^\top P - A^\top c Y^\top \\ * & F^\top F & 0 & F^\top P - F^\top c Y^\top \\ * & * & \sigma^2 & Y^\top \sigma \\ * & * & * & P \end{bmatrix} \succeq 0 \\ \tau > 0 \end{cases} \quad (3.12)$$

avec les variables de décision $P \in \mathbb{R}^{n_x \times n_x}$, $Y = P\lambda \in \mathbb{R}^{n_x}$, $\beta \in (0, 1]$ et $\tau \in \mathbb{R}^+$. Le nombre total des variables scalaires de décision est $\frac{n_x(n_x+1)}{2} + n_x + 2$. Les dimensions des inégalités matricielles (3.12) sont $(3n_x + 1) \times (3n_x + 1)$, $n_x \times n_x$ et 1, respectivement.

Une extension au cas des systèmes monovariabiles (3.3) soumis à des perturbations bornées, des bruits de mesure bornés et des incertitudes par intervalle est proposée dans la suite. Nous considérons ainsi que la matrice d'évolution du système A est une matrice constante non connue, mais qui appartient à une matrice intervalle $[A]$, supposée quadratiquement stable³. Dans

³Cette hypothèse sur la stabilité n'est pas nécessaire s'il s'agit d'une matrice A constante et connue [46].

le cas des systèmes avec incertitudes par intervalle sur la matrice $A \in [A]$, le problème d'estimation d'état (3.12) se transforme en :

$\max_{\tau, \beta, P, Y} \tau$
sous les contraintes BMI :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{(1-\beta)P}{\epsilon} \succeq \tau I \\ \begin{bmatrix} \beta P & 0 & 0 & \tilde{A}_i^\top P - \tilde{A}_i^\top c Y^\top \\ * & F^\top F & 0 & F^\top P - F^\top c Y^\top \\ * & * & \sigma^2 & Y^\top \sigma \\ * & * & * & P \end{bmatrix} \succeq 0, \text{ pour tout } i = 1, \dots, 2^q \\ \tau > 0 \end{array} \right. \quad (3.13)$$

où \tilde{A}_i sont les sommets de la matrice intervalle $[A]$, q est le nombre des éléments intervalles de $[A]$ et $Y = P\lambda$. Afin d'éviter le problème de type énumération de sommets "vertex enumeration", nous pouvons utiliser les techniques proposées par [2].

Dans le cas des systèmes avec incertitudes par intervalles (i.e. la matrice $A \in [A]$), l'ensemble des états prédits $\bar{\mathcal{X}}_k$ ne peut plus être calculé directement appliquant l'expression (3.4) à chaque itération. Dans ce cas, une approximation extérieure de cet ensemble est utilisée. Comme la matrice A est bornée par la matrice intervalle $[A]$, une approximation extérieure de l'ensemble $\bar{\mathcal{X}}_k$ est obtenue par :

$$[A]\hat{p}_{k-1} \oplus [[A]\hat{H}_{k-1} \quad F] \mathbf{B}^{r+n_\omega} \quad (3.14)$$

Utilisant la propriété appelée *inclusion zonotopique* [2], nous obtenons :

$$[A]\hat{p}_{k-1} \in (mid[A])\hat{p}_{k-1} \oplus rs((rad[A])|\hat{p}_{k-1}|)\mathbf{B}^{n_x} \quad (3.15)$$

où la notation $rs(\cdot)$ désigne une somme de type "row sum" d'une matrice [20]. De plus, appliquant l'inclusion zonotopique avec la Propriété 3.1, l'expression suivante est obtenue :

$$[A]\hat{H}_{k-1}\mathbf{B}^r \subseteq [(mid[A])\hat{H}_{k-1} \quad rs((rad[A])|\hat{H}_{k-1}|)] \mathbf{B}^{r+n_x} \quad (3.16)$$

La somme de Minkowski de deux dernières expressions $[A]\hat{p}_{k-1} \oplus [A]\hat{H}_{k-1}\mathbf{B}^r$ est incluse dans :

$$(mid[A])\hat{p}_{k-1} \oplus rs((rad[A])|\hat{p}_{k-1}|)\mathbf{B}^{n_x} \oplus [(mid[A])\hat{H}_{k-1} \quad rs((rad[A])|\hat{H}_{k-1}|)] \mathbf{B}^{r+n_x}$$

L'approximation extérieure zonotopique de $\bar{\mathcal{X}}_k$ est donc :

$$(mid[A])\hat{p}_{k-1} \oplus [(mid[A])\hat{H}_{k-1} \quad rs((rad[A])|\hat{H}_{k-1}|) \quad rs((rad[A])|\hat{p}_{k-1}|) \quad F] \mathbf{B}^l \quad (3.17)$$

avec $l = r + 2n_x + n_\omega$. Ce zonotope est formé par les générateurs qui dépendent de \hat{H}_{k-1} et de \hat{p}_{k-1} . L'hypothèse de stabilité quadratique de la matrice $A \in [A]$ et le fait de considérer un rayon $rad[A]$ suffisamment faible permettent de borner l'effet des incertitudes par intervalle considérées. Ainsi, dans le cas des systèmes avec incertitudes par intervalle considérés, l'état du système converge vers une région contenant l'origine. De plus, le calcul du vecteur λ dépend seulement des sommets de la matrice intervalle $[A]$.

Une comparaison détaillée des résultats obtenus à partir de l'application des méthodes d'estimation ensembliste fondée sur la minimisation des segments, la minimisation du volume et la minimisation du P -rayon est proposée [48] sur un système multi-sorties avec incertitudes par intervalle.

Une extension de cette méthode d'estimation ensembliste au cas des systèmes multi-sorties est présentée dans la section suivante.

3.4 Observateur ensembliste fondé sur des ensembles zonotopiques : cas multi-sorties

Le problème d'estimation d'état pour des systèmes multi-sorties peut être résolu par deux familles de solutions. La première famille regroupe les solutions qui sont des extensions directes de la solution pour des systèmes mono-sorties, tandis que la deuxième famille concerne une solution dédiée au cas multi-sorties.

3.4.1 Extensions de la solution mono-sortie

Considérons maintenant l'extension au cas multi-sorties du système (3.3) :

$$\begin{cases} x_{k+1} = Ax_k + \omega_k \\ y_k = Cx_k + v_k \end{cases} \quad (3.18)$$

où $y_k \in \mathbb{R}^{n_y}$ est la mesure de sortie à l'instant k , la matrice C a les dimensions appropriées, respectant l'hypothèse de détectabilité de la paire (C, A) .

L'ensemble contenant l'état du système $\hat{\mathcal{X}}_k$ peut être déterminé en répétant successivement l'intersection entre l'ensemble prédit $\bar{\mathcal{X}}_{y_k}$ avec chaque élément du vecteur de mesure y_k , noté $y_{k/i}$:

$$y_{k/i} = c_i^\top x_k + v_{k/i}, i = 1, \dots, n_y \quad (3.19)$$

avec c_i^\top la ligne i de la matrice C et le bruit $v_{k/i}$ borné par l'intervalle $\mathcal{V}_i = \sigma_i \mathbf{B}^1$, où $\sigma_i = \Sigma_{ii}$ (Σ_{ii} élément de la matrice Σ).

A partir de l'ensemble zonotopique contenant l'état du système $\hat{\mathcal{X}}_{k-1} = \hat{p}_{k-1} \oplus \hat{H}_{k-1} \mathbf{B}^r$ à l'instant $k-1$, l'ensemble zonotopique prédit à l'instant suivant $\bar{\mathcal{X}}_k$ est calculé d'une manière similaire au cas mono-sortie (3.5). L'ensemble contenant l'état du système est ensuite déterminé comme une approximation zonotopique extérieure de l'intersection entre la bande de contraintes obtenue par l'élément i du vecteur de mesure ($y_{k/i}$) et l'ensemble zonotopique prédit ($\bar{\mathcal{X}}_k$) :

$$\hat{\mathcal{X}}_{k/i}(\lambda_1, \dots, \lambda_i) = \hat{p}_{k/i}(\lambda_1, \dots, \lambda_i) \oplus \hat{H}_{k/i}(\lambda_1, \dots, \lambda_i) \mathbf{B}^{r+n_x+n_y} \quad (3.20)$$

avec

$$\hat{p}_{k/i}(\lambda_1, \dots, \lambda_i) = \hat{p}_{k/i-1}(\lambda_1, \dots, \lambda_{i-1}) + \lambda_i(y_{k/i} - c_i^\top \hat{p}_{k/i-1}(\lambda_1, \dots, \lambda_{i-1})) \quad (3.21)$$

et

$$\hat{H}_{k/i}(\lambda_1, \dots, \lambda_i) = [(I - \lambda_i c_i^\top) \hat{H}_{k/i-1}(\lambda_1, \dots, \lambda_{i-1}) \quad \sigma_i \lambda_i] \quad (3.22)$$

A l'instant k , l'ensemble zonotopique contenant l'état est donné par :

$$\hat{\mathcal{X}}_k(\lambda_1, \dots, \lambda_{n_y}) = \hat{p}_k(\lambda_1, \dots, \lambda_{n_y}) \oplus \hat{H}_k(\lambda_1, \dots, \lambda_{n_y}) \mathbf{B}^{r+n_x+n_y} \quad (3.23)$$

avec $\hat{p}_k(\lambda_1, \dots, \lambda_{n_y}) = \hat{p}_{k/n_y}(\lambda_1, \dots, \lambda_{n_y})$ et $\hat{H}_k(\lambda_1, \dots, \lambda_{n_y}) = \hat{H}_{k/n_y}(\lambda_1, \dots, \lambda_{n_y})$.

Cette approche est illustrée Figure 3.2 pour un système avec deux états et deux sorties. A l'instant k , l'ensemble des états prédits $\bar{\mathcal{X}}_k$ est intersecté avec le premier élément de la sortie mesurée (i.e. la bande rouge $|c_1^\top x - y_{k/1}| \leq \sigma_1$). Cette intersection est approximée par l'ensemble zonotopique noir $\hat{\mathcal{X}}_{k/1}$. La procédure est répétée avec le deuxième élément du vecteur de sorties mesurées (i.e. l'intersection du zonotope noir avec la bande bleu $|c_2^\top x - y_{k/2}| \leq \sigma_2$, approchée par le zonotope magenta $\hat{\mathcal{X}}_{k/2}$). L'ensemble d'état garanti est donné donc par $\hat{\mathcal{X}}_{k/2}$.

Trois approches sont proposées dans la suite afin de déterminer les vecteurs λ_i , $i = 1, \dots, n_y$.

3.4.1.1 Approche ESO ("Equivalent Single-Output")

Une première approche considère le système multi-sorties (3.18) comme un ensemble de n_y sous-systèmes mono-sortie indépendants. Par conséquence, les vecteurs λ_{n_y} sont calculés en résolvant de façon indépendante n_y problèmes d'optimisation (3.12) distinctes. Cette procédure est décrite par l'algorithme suivant.

Algorithme 3.1.

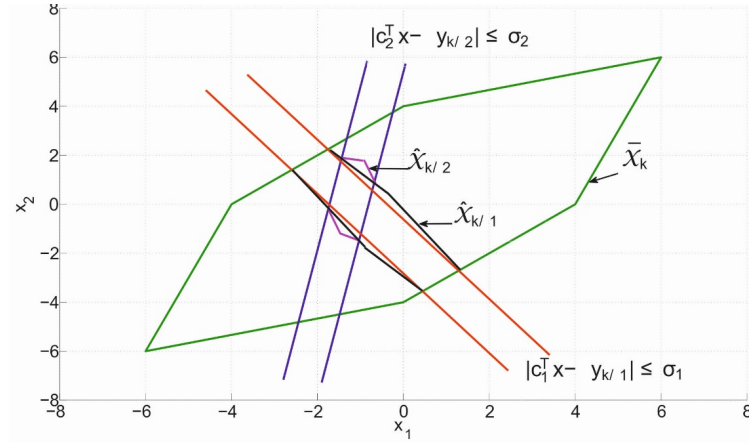


FIGURE 3.2 – Estimation zonotopique : extension du cas mono-sortie.

Pour $j = 1, \dots, n_y$

Etape j : Calculer λ_j en utilisant la mesure $y_{k/j}$;

Fin.

Etape $n_y + 1$: L'ensemble contenant l'état est calculé par l'équation (3.23) avec les vecteurs $\lambda_1, \dots, \lambda_{n_y}$ connus.

Cette méthode offre l'avantage de la simplicité, avec un aspect intéressant lié au fait qu'un éventuel défaut sur un capteur j ne se propage pas sur toutes les valeurs de λ_i , avec $i = j, \dots, n_y$.

D'une autre coté cette approche a l'inconvénient de résoudre n_y problèmes découplés de type mono-sortie à la place d'un problème multi-sorties avec des éventuels couplages entre les différentes voies. Un exemple simple est analysé dans [45]. Dans la sous-section suivante une nouvelle méthode tenant compte du couplage est proposée.

3.4.1.2 Approche ESOCE (“Equivalent Single-Output with Coupling Effect”)

Pour réduire le conservatisme de la première approche, issu du couplage possible entre les différentes sorties du système, une deuxième approche est formulée par l'algorithme suivant.

Algorithme 3.2.

Etape 1 : Calculer λ_1 en utilisant la mesure $y_{k/1}$ et (3.12) ;

Pour $j = 2, \dots, n_y$

Etape j : En utilisant la mesure $y_{k/j}$ et les vecteurs $\lambda_1, \dots, \lambda_{j-1}$ calculés aux étapes précédentes, calculer λ_j en résolvant :

$\max_{\tau, \beta, P, Y_j} \tau$

sous les contraintes

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{(1-\beta)P}{\sigma_1^2 + \dots + \sigma_j^2 + \text{const}} \succeq \tau I \\ \begin{bmatrix} \beta P & 0 & 0 & \dots & 0 & B_1 \\ * & F^\top F & 0 & \dots & 0 & B_2 \\ * & * & \sigma_1^2 & \dots & 0 & B_3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ * & * & * & \dots & \sigma_j^2 & B_{j+2} \\ * & * & * & \dots & * & P \end{bmatrix} \succeq 0 \\ \tau > 0 \end{array} \right. \quad (3.24)$$

avec $Y_j = P\lambda_j$ et :

$$\begin{aligned} B_1 &= \left(\left(\prod_{i=1}^j (I - \lambda_{j+1-i} c_{j+1-i}^\top) \right) A \right)^\top P \\ B_2 &= \left(\left(\prod_{i=1}^j (I - \lambda_{j+1-i} c_{j+1-i}^\top) \right) F \right)^\top P \\ B_3 &= \left(\prod_{i=1}^j (I - \lambda_{j+1-i} c_{j+1-i}^\top) \sigma_1 \lambda_1 \right)^\top P \\ &\vdots \\ B_j &= \left((I - \lambda_j c_j^\top) (I - \lambda_{j-1} c_{j-1}^\top) \sigma_{j-2} \lambda_{j-2} \right)^\top P \\ B_{j+1} &= \left((I - \lambda_j c_j^\top) \sigma_{j-1} \lambda_{j-1} \right)^\top P \\ B_{j+2} &= (\sigma_j \lambda_j)^\top P \end{aligned} \quad (3.25)$$

Fin.

Dans cette approche, l'ordre de la prise en compte de différentes mesures peut influencer la précision de l'estimation. Ainsi, pour obtenir la meilleure performance, il faudra tester $n_y!$ combinaisons, ce qui augmente de manière significative le temps de calcul⁴. Un exemple est proposé dans [45]. Dans la sous-section suivante une nouvelle méthode (permettant d'éviter cet inconvénient) est proposée.

⁴Il s'agit d'un problème d'optimisation effectué hors ligne.

3.4.1.3 Approche PMI (Inégalité Matricielle Polynomiale)

Dans les solutions proposées précédemment, les vecteurs $\lambda_1, \dots, \lambda_{n_y}$ sont successivement calculés, les résultats obtenus pouvant ainsi être conservatifs. Pour surmonter ce problème, une troisième solution (toujours une extension du cas mono-sortie) qui calcule tous ces vecteurs en même temps est proposée. Cette nouvelle solution conduit à résoudre une Inégalité Matricielle Polynomiale (PMI) :

$\max_{\tau, \beta, P, \lambda_1, \dots, \lambda_{n_y}} \tau$
sous les contraintes

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{(1-\beta)P}{\sigma_1^2 + \dots + \sigma_{n_y}^2 + \text{const}} \succeq \tau I \\ \begin{bmatrix} \beta P & 0 & 0 & \dots & 0 & B_1 \\ * & F^\top F & 0 & \dots & 0 & B_2 \\ * & * & \sigma_1^2 & \dots & 0 & B_3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ * & * & * & \dots & \sigma_{n_y}^2 & B_{n_y+2} \\ * & * & * & \dots & * & P \end{bmatrix} \succeq 0 \\ \tau > 0 \end{array} \right. \quad (3.26)$$

avec les notations (3.25) pour $j = n_y$.

Ce problème d'optimisation est difficile à résoudre, mais une solution sous-optimale peut être trouvée [50] en utilisant des techniques de relaxation de type “outer approximation” [31] qui ajoute des variables supplémentaires⁵ pour transformer le problème PMI en un problème sous-optimal de type LMI. Des détails de l'application de cette procédure de relaxation au problème exposé sont donnés [50], [45]. Une méthode de relaxation de type “inner approximation” [32] pourra également être testée dans les travaux futures.

3.4.2 Solution multi-sorties : approche PAZI

Les algorithmes ESO, ESOCE et de type PMI ne calculent pas directement l'ensemble des états cohérents avec les mesures. De plus, l'ordre choisi pour la prise en compte des différentes mesures peut influencer la précision de l'estimation. Une nouvelle méthode PAZI (“Polytope and Zonotope Intersection”) consiste à calculer l'intersection de l'ensemble des états cohérents avec les mesures (un polytope obtenu par l'intersection de toutes les bandes de mesure - voir le polytope rouge Figure 3.3) avec l'ensemble prédit (un zonotope). Le

⁵Il faudra noter que les techniques de relaxation des problèmes PMI introduisent beaucoup de variables scalaires de décision, ce qui peut limiter l'application de ce type de méthodes.

calcul exact de cette intersection étant difficile à réaliser, une approximation zonotopique extérieure (zonotope gris, Figure 3.3) est proposée.

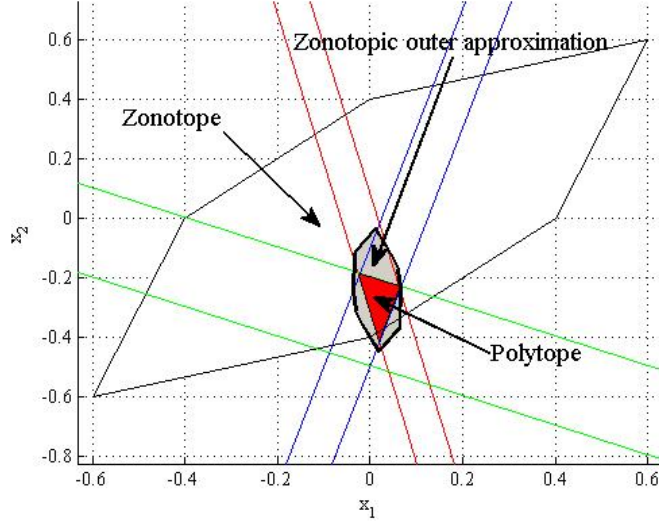


FIGURE 3.3 – Estimation zonotopique : approche PAZI.

La proposition suivante permet de résoudre ce problème.

Proposition 3.1. Soit une matrice $\Lambda \in \mathbb{R}^{n \times m}$, un zonotope $\mathcal{Z} = p \oplus HB^r \subset \mathbb{R}^n$ et un polytope $\mathcal{P} = \{x \in \mathbb{R}^n : |Cx - d| \leq \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \vdots \\ \sigma_m \end{bmatrix}\}$, avec $d \in \mathbb{R}^m$, $\sigma_i \in \mathbb{R}^+$, $i = 1, \dots, m$. On définit le vecteur $\hat{p}(\Lambda) = p + \Lambda(d - Cp) \in \mathbb{R}^n$ et la matrice $\hat{H}(\Lambda) = [(I - \Lambda C)H \quad \Lambda\Sigma]$, avec $\Sigma = \text{diag}(\sigma_1, \dots, \sigma_m) \in \mathbb{R}^{m \times m}$ une matrice diagonale. Une famille de zonotopes (paramétrisée par la matrice Λ) contenant l'intersection du zonotope \mathcal{Z} et du polytope \mathcal{P} est obtenu sous la forme $\mathcal{Z} \cap \mathcal{P} \subseteq \hat{\mathcal{Z}}(\Lambda) = \hat{p}(\Lambda) \oplus \hat{H}(\Lambda)B^{r+m}$.

De façon similaire aux développements précédentes, l'ensemble prédit est calculé par (3.5). Avec la définition de l'ensemble \mathcal{V} , l'ensemble des états cohérents \mathcal{X}_{y_k} est un polytope calculé par l'intersection de toutes les bandes de mesure, décrit par :

$$\mathcal{X}_{y_k} = \{x \in \mathbb{R}^n : |Cx - y_k| \leq \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \vdots \\ \sigma_{n_y} \end{bmatrix}\} \quad (3.27)$$

L'ensemble polytopique exact des états incertains est l'intersection entre le zonotope $\bar{\mathcal{X}}_k$ et le polytope \mathcal{X}_{y_k} . En utilisant la Proposition 3.1, l'ensemble contenant l'état du système multi-sorties (3.18) à l'instant k est une famille de zonotopes paramétrisée par la matrice Λ comme suit :

$$\hat{\mathcal{X}}_k(\Lambda) = \hat{p}_k(\Lambda) \oplus \hat{H}_k(\Lambda) \mathbf{B}^{r+n_x+n_y} \quad (3.28)$$

avec $\hat{p}_k(\Lambda) = A\hat{p}_{k-1} + \Lambda(y_k - CA\hat{p}_{k-1})$
et $\hat{H}_k(\Lambda) = [(I - \Lambda C)A\hat{H}_{k-1} \quad (I - \Lambda C)F \quad \Lambda\Sigma]$.

La matrice Λ est calculée telle que le P -rayon de l'ensemble contenant l'état soit non-croissant. Cette condition conduit à résoudre le problème d'optimisation suivant :

$\max_{\tau, \beta, P, Y} \tau$
sous contraintes BMI :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{(1-\beta)P}{\sigma_1^2 + \dots + \sigma_{n_y}^2 + \text{const}} \succeq \tau I \\ \begin{bmatrix} \beta P & 0 & 0 & A^\top P - A^\top C^\top Y^\top \\ * & F^\top F & 0 & F^\top P - F^\top C^\top Y^\top \\ * & * & \Sigma^\top \Sigma & Y^\top \Sigma \\ * & * & * & P \end{bmatrix} \succeq 0 \\ \tau > 0 \end{array} \right. \quad (3.29)$$

avec le changement de variable $Y = P\Lambda$.

Nous pouvons remarquer que la bilinéarité est donnée seulement par le produit de la matrice P avec le scalaire $\beta \in (0; 1]$.

La différence par rapport aux méthodes précédentes consiste à calculer directement une matrice Λ à la place de plusieurs vecteurs λ_i , en tenant compte de la structure multi-sorties du système considéré (3.18).

Les méthodes d'estimation ensembliste d'état dans le cas multi-sorties peuvent être appliquées également aux systèmes affectés par des incertitudes par intervalle, i.e. $A \in [A]$, dans les mêmes conditions énoncées dans la section précédente pour les systèmes mono-sortie. Dans le cas avec des incertitudes par intervalle, les problèmes d'optimisation doivent être résolus pour tous les sommets de la matrice $[A]$ considérée.

3.5 Exemple illustratif

Cet exemple propose une comparaison des méthodes d'estimation de type PAZI et de type ESOCE avec la méthode à base de Décomposition en Valeurs Singulières (DVS) [20] dans le cas des systèmes incertains.

Soit le système LTI multi-sorties à temps discret :

$$\begin{cases} x_{k+1} = \begin{bmatrix} 0 & -0,5 \\ 1 & 1+0,3\delta \end{bmatrix} x_k + \begin{bmatrix} 0,1 & 0 \\ 0 & 0,1 \end{bmatrix} \omega_k \\ y_k = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} x_k + \begin{bmatrix} 0,2 & 0 \\ 0 & 0,2 \end{bmatrix} v_k \end{cases} \quad (3.30)$$

avec l'incertitude par intervalle $\delta \in [-1; 1]$, les perturbations et les bruits de mesure bornés par les boîtes $\omega_k, v_k \in \mathbf{B}^2$, l'état initial inconnu, mais borné par l'ensemble $3\mathbf{B}^2$, représenté par le rectangle noir Figure 3.4.

En appliquant l'approche PAZI (3.29) avec le solveur *Penbmi*, nous obtenons $\beta = 0,0452$ et la matrice $\Lambda = \begin{bmatrix} -0,3136 & 0,2678 \\ 0,3591 & 0,5811 \end{bmatrix}$. La méthode ESOCE (3.24) fournit $\lambda_1 = \begin{bmatrix} -0,2108 \\ 0,5784 \end{bmatrix}$, $\lambda_2 = \begin{bmatrix} 0,2946 \\ 0,5420 \end{bmatrix}$.

Les résultats des simulations sont donnés Figures 3.4, 3.5, 3.6. L'ensemble (garanti) contenant l'état du système via l'approche PAZI décroît à chaque instant (voir Figure 3.4). Les figures 3.5 et 3.6 proposent une comparaison de la précision de trois méthodes : PAZI, ESOCE et SVD [20]. Après quelques itérations, l'approche PAZI donne des meilleurs résultats par rapport à l'approche ESOCE. Dans cet exemple, les bornes obtenues avec les approches PAZI et SVD sont assez similaires. L'avantage de l'approche PAZI reste la complexité réduite, montré par le temps de calcul faible (voir Tableau 3.1).

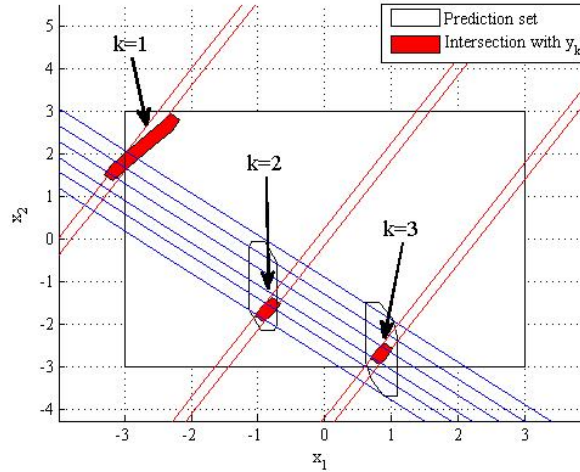


FIGURE 3.4 – Evolution de l'estimation d'état via l'approche PAZI.

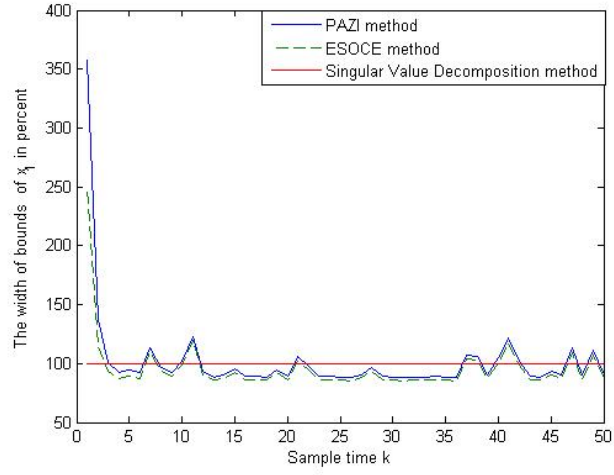


FIGURE 3.5 – Comparaison de la distance entre la borne supérieure et inférieure de x_1 (en %).

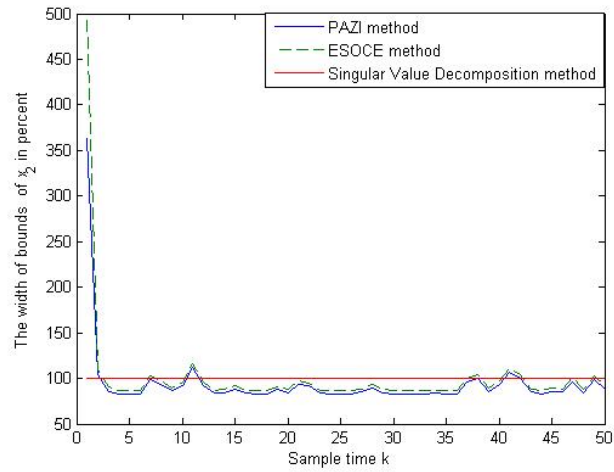


FIGURE 3.6 – Comparaison de la distance entre la borne supérieure et inférieure de x_2 (en %).

TABLE 3.1 – Temps de calcul pour 50 périodes d'échantillonnage (Intel Core 2 Duo E8500 3,16 GHz)

Algorithme	Temps (s)
PAZI (sans l'optimisation hors-ligne LMI)	0,0468
PAZI (avec l'optimisation hors-ligne LMI)	0,2808
ESOCE (avec l'optimisation hors-ligne LMI)	1,4664
Méthode SVD [20]	1,5444

3.6 Commande prédictive robuste utilisant un observateur ensembliste zonotopique

Cette section se focalise sur l'utilisation des techniques d'estimation d'état à base de différents ensembles dans le contexte de la synthèse des lois de commande. Plusieurs lois de commande sont associées avec l'estimation d'état ensembliste, par exemple la commande optimale [29], la commande prédictive [6], la commande de type min-max [51]. Dans la suite, nous avons choisi la commande prédictive grâce à ses avantages (la capacité à traiter des contraintes, la facilité de mise en oeuvre etc.). Le principe de la commande prédictive est le suivant. Un problème d'optimisation est résolu à chaque instant, sur un horizon fini de prédiction, afin de déterminer une séquence de commandes dont seul le premier élément sera appliqué au système. La procédure est reprise à l'instant suivant selon le principe de l'horizon glissant. Deux techniques de commande prédictive robuste pour des systèmes⁶ soumis aux perturbations bornées et aux bruits de mesure bornés sont présentées dans ce chapitre : une commande prédictive de type "boucle-ouverte" et une commande prédictive robuste à base de tube d'incertitude.

Soit le système⁷ incertain suivant :

$$\begin{cases} x_{k+1} = Ax_k + Bu_k + F\omega_k \\ y_k = Cx_k + v_k \end{cases} \quad (3.31)$$

avec $x_k \in \mathbb{R}^{n_x}$ l'état du système, $y_k \in \mathbb{R}^{n_y}$ la mesure à l'instant k , $\omega_k \in \mathbb{R}^{n_x}$ la perturbation et $v_k \in \mathbb{R}^{n_y}$ le bruit de mesure. Les incertitudes et l'état initial sont supposés bornés par des ensembles convexes $\omega_k \in \mathcal{W}$, $v_k \in \mathcal{V}$ et $x_0 \in \mathcal{X}_0$, avec \mathcal{W} un zonotope contenant l'origine, \mathcal{V} un pavé ("box") et \mathcal{X}_0 un zonotope. Les contraintes suivantes sur l'état et l'entrée sont considérées :

⁶La commande prédictive robuste pour des systèmes avec des incertitudes par intervalles reste un problème ouvert qui sera un de nos préoccupations futures.

⁷Le cas des systèmes multivariables est considéré dans la suite.

$x_k \in \mathcal{X}$, $u_k \in \mathcal{U}$, où \mathcal{X} et \mathcal{U} sont des ensembles compacts, convexes et contenant l'origine. Dans la suite, deux techniques de commande pour ce système sont considérées.

3.6.1 Commande prédictive “boucle-ouverte” dans un contexte ensembliste

Dans la littérature, des lois de commande prédictives à base d'estimation ensembliste sont plutôt formulées dans un cadre “boucle-ouverte” [6], [51]. Des lois de commande prédictives de type minmax à base d'estimation ensembliste (“joint state estimation and control in minmax MPC”) pour de systèmes avec perturbations et bruits de mesure ont été proposées par [51]. De plus en [52], des approches de type “closed-loop minmax MPC” fondées par des prédictions en boucle fermée (“feedback predictions”) sont proposées, avec la prise en compte des perturbations, bruits de mesure et incertitudes paramétriques. D'autres approches sous forme de commande optimale à base d'estimation ensembliste “preposteriori” sont proposées [29] pour des systèmes avec perturbations bornées, dans un contexte de type “optimal closable combined output loops”.

Dans le cadre de la commande prédictive “boucle-ouverte” dans un contexte ensembliste, l'état du système (3.31) est estimé par des techniques d'estimation ensembliste zonotopiques fondées sur la minimisation du P -rayon. Grâce à la propriété de non-croissance de l'estimation ensembliste proposée, la borne de l'erreur d'estimation n'augmente pas dans le temps. Dans ce cadre, une solution simple [45], [47] consiste à négliger l'erreur d'estimation et à considérer l'état estimé comme l'état réel du système. Si l'état estimé est dirigé vers le point de référence, l'état réel converge vers un ensemble contenant ce point. La fonction de coût suivante de type quadratique peut être choisie pour déterminer l'entrée du système :

$$J_k = \sum_{i=1}^N \|\hat{y}_{k+i} - y_{k+i}^{ref}\|_{\tilde{Q}}^2 + \sum_{i=0}^{N-1} \|u_{k+i} - u_{k+i}^{ref}\|_{\tilde{R}}^2 \quad (3.32)$$

avec $\tilde{Q} = \tilde{Q}^\top \succ 0$ et $\tilde{R} = \tilde{R}^\top \succ 0$ les matrices de pondération, N l'horizon de prédiction, y_{k+i}^{ref} la sortie future souhaitée, u_{k+i}^{ref} l'entrée future souhaitée, $\hat{y}_{k+i} = C\hat{x}_{k+i}$ et \hat{x}_{k+i} le centre de l'ensemble zonotopique contenant l'état à l'instant $k+i$.

Les contraintes suivantes sur l'entrée et l'état sont également considérées :

$$\begin{cases} u_{k+i} \in \mathcal{U}, i = 0, \dots, N-1 \\ x_{k+i} \in \mathcal{X}, i = 1, \dots, N \end{cases} \quad (3.33)$$

Minimiser le critère (3.32) sous les contraintes (3.33) est un problème d'optimisation convexe qui permet de déterminer la commande appliquée au système (3.31). Un exemple simple est donné en [45].

Cette commande prédictive “boucle-ouverte” reste simple, mais elle n'offre pas de garantie de stabilité du système ou de faisabilité du problème d'optimisation. Afin de répondre à ces besoins, une deuxième technique de commande prédictive à base de tubes d'incertitude est présentée dans la sous-section suivante.

3.6.2 Commande prédictive robuste à base de tubes d'incertitude

L'idée de commande prédictive à base de tubes d'incertitude a été proposée par [58], ayant à la base un observateur de Luenberger. Cette approche a été ensuite revisitée [49], [45], [47] dans le cas d'une commande prédictive à base de tubes d'incertitude couplée avec un observateur ensembliste afin d'améliorer la vitesse de convergence de l'erreur d'estimation et donc la performance de la commande. Dans la suite nous allons appliquer ce type de commande pour des systèmes avec perturbations bornées et bruits de mesure bornés (3.31), également connus comme des “incertitudes additives”.

Dans cette approche, le problème d'optimisation de l'état réel du système est remplacé par le problème d'optimisation de l'état nominal (l'état du système nominal qui n'est pas affecté par des incertitudes). De plus, l'erreur d'estimation est prise en compte dans la loi de commande afin de garantir la stabilité du système commandé et la faisabilité de la loi de commande.

L'état estimé du système à l'instant $k + 1$ est calculé comme suit :

$$\begin{aligned}\hat{x}_{k+1} &= A\hat{x}_k + Bu_k + \Lambda(y_{k+1} - \hat{y}_{k+1}) \\ &= A\hat{x}_k + Bu_k + \Lambda(y_{k+1} - C(A\hat{x}_k + Bu_k))\end{aligned}\tag{3.34}$$

avec Λ calculé par (3.29) et \hat{x}_k le centre de l'ensemble zonotopique des états estimés à l'instant k .

Si l'on note l'erreur d'estimation de l'observateur $\tilde{x}_k = x_k - \hat{x}_k$ à l'instant k , l'erreur d'estimation à l'instant suivant \tilde{x}_{k+1} est donnée par :

$$\tilde{x}_{k+1} = (I - \Lambda C)A\tilde{x}_k + \omega_k^e\tag{3.35}$$

avec $\omega_k^e \in \mathcal{W}^e = (I - \Lambda C)\mathcal{W} \oplus (-\Lambda\mathcal{V})$.

En considérant que l'erreur d'estimation initiale appartient à un ensemble initial $\tilde{x}_0 \in \mathcal{S}_0^e$, l'équation récursive suivante $\mathcal{S}_{k+1}^e = (A - \Lambda CA)\mathcal{S}_k^e \oplus \mathcal{W}^e$ est déduite à partir de la relation (3.35). Comme la matrice Λ est calculée de sorte

que l'ensemble des états estimés soit non croissant, la séquence d'ensembles $\{\mathcal{S}_k^e\}$ est monotone non croissante.

L'équation de l'observateur peut maintenant être réécrite comme suit :

$$\hat{x}_{k+1} = A\hat{x}_k + Bu_k + \omega_k^{co} \quad (3.36)$$

avec $\omega_k^{co} = \Lambda(CA\tilde{x}_k + C\omega_k + v_{k+1})$. Sachant que $\tilde{x}_k \in \mathcal{S}_k^e$, on peut déduire :

$$\omega_k^{co} \in \mathcal{W}_k^{co} = \Lambda C A \mathcal{S}_k^e \oplus \Lambda C \mathcal{W} \oplus \Lambda \mathcal{V} \quad (3.37)$$

Comme la séquence des ensembles \mathcal{S}_k^e est monotone non croissante et \mathcal{W}_k^{co} dépend linéairement de \mathcal{S}_k^e , alors la séquence de l'ensemble \mathcal{W}_k^{co} est aussi monotone non croissante.

Considérons maintenant le système nominal qui n'est pas affecté par des perturbations :

$$\underline{x}_{k+1} = A\underline{x}_k + B\underline{u}_k \quad (3.38)$$

où \underline{u}_k est la commande appliquée au système nominal et \underline{x}_k est l'état du système nominal. Pour réduire l'effet des perturbations, on souhaite que la trajectoire du système perturbé soit la plus proche possible de la trajectoire du système nominal (i.e. soit située à l'intérieur du tube des trajectoires possibles de rayon minimal). En appliquant la commande prédictive robuste décrite ici, on peut montrer que la trajectoire du système nominal converge vers l'origine et le centre de l'ensemble des états estimés converge vers un ensemble compact contenant l'origine et donc les états réels convergent aussi vers un ensemble compact contenant l'origine, ce qui prouve la stabilité entrée-état. En appliquant la commande suivante $u_k = \underline{u}_k + K(\hat{x}_k - \underline{x}_k)$ au système, on peut déduire que l'erreur entre l'état nominal \underline{x}_k et l'état estimé \hat{x}_k (notée $e_k = \hat{x}_k - \underline{x}_k$) satisfait la relation :

$$e_{k+1} = (A + BK)e_k + \omega_k^{co} \quad (3.39)$$

La matrice de retour d'état nominal K est choisie telle que $A+BK$ soit stable. Si à l'instant k l'erreur e_k appartient à l'ensemble \mathcal{S}_k^{co} , alors à l'instant $k+1$ on a $e_{k+1} \in \mathcal{S}_{k+1}^{co}$, avec $\mathcal{S}_{k+1}^{co} = (A + BK)\mathcal{S}_k^{co} \oplus \mathcal{W}_k^{co}$.

Afin d'obtenir la séquence de commande prédictive, la fonction de coût suivante (similaire à l'approche proposée par [58]) est minimisée :

$$V_N(\underline{x}_k, \underline{u}) = V_f(\underline{x}_{k+N}) + \sum_{i=0}^{N-1} l(\underline{x}_{k+i}, \underline{u}_{k+i}) \quad (3.40)$$

avec $V_f(\underline{x}_{k+N}) = 0, 5\underline{x}_{k+N}^T P_f \underline{x}_{k+N}$ la fonction de coût terminale, $l(\underline{x}_k, \underline{u}_k) = 0, 5(\underline{x}_k^T \tilde{Q} \underline{x}_k + \underline{u}_k^T \tilde{R} \underline{u}_k)$ la fonction de coût d'état, $P_f, \tilde{Q}, \tilde{R}$ des matrices définies positives, N l'horizon de prédiction et \underline{u} la séquence de commandes :

$$\underline{u} = \{\underline{u}_k, \underline{u}_{k+1}, \dots, \underline{u}_{k+N-1}\} \quad (3.41)$$

Avec ces notations, les contraintes variant dans le temps à l'instant k sont :

$$\begin{cases} \underline{u}_{k+i} \in \underline{\mathcal{U}}_{k+i}, i = 0, \dots, N-1 \\ \underline{x}_{k+i} \in \underline{\mathcal{X}}_{k+i}, i = 0, \dots, N-1 \\ \underline{x}_{k+N} \in \underline{\mathcal{X}}_f \end{cases} \quad (3.42)$$

avec $\underline{\mathcal{U}}_{k+i} = \mathcal{U} \ominus K\mathcal{S}_{k+i}^{co}$ et $\underline{\mathcal{X}}_{k+i} = \mathcal{X} \ominus \mathcal{S}_{k+i}$.

Considérons maintenant l'ensemble admissible de commande à l'instant k avec l'état nominal \underline{x} :

$$\mathbb{U}_N(\underline{x}_k) = \{\underline{u} : \underline{u}_{k+i} \in \underline{\mathcal{U}}_{k+i}, \underline{x}_{k+i} \in \underline{\mathcal{X}}_{k+i}, \underline{x}_{k+N} \in \underline{\mathcal{X}}_f, \\ i = 0, \dots, N-1\} \quad (3.43)$$

Pour déduire la commande du système, le problème d'optimisation suivant est résolu en ligne :

$$V_N^*(\hat{x}_k) = \min_{\underline{x}_k, \underline{u}} \{V_N(\underline{x}_k, \underline{u}) : \underline{u} \in \mathbb{U}_N(\underline{x}_k), \hat{x}_k \in \underline{x}_k \oplus \mathcal{S}_k^{co}\} \quad (3.44)$$

La solution de ce problème d'optimisation est donnée par la paire (\bar{x}^*, \bar{u}^*) :

$$(\underline{x}_k^*(\hat{x}_k), \underline{u}_k^*(\hat{x}_k)) = \arg \min_{\underline{x}_k, \underline{u}} \{V_N(\underline{x}_k, \underline{u}) : \underline{u} \in \mathbb{U}_N(\underline{x}_k), \hat{x}_k \in \underline{x}_k \oplus \mathcal{S}_k^{co}\} \quad (3.45)$$

Ainsi la commande prédictive appliquée au système (3.31) à l'instant k est :

$$\kappa_N(\hat{x}_k) = \hat{u}_k^*(\hat{x}_k) + K(\hat{x}_k - \underline{x}_k^*(\hat{x}_k)) \quad (3.46)$$

où $\hat{u}_k^*(\hat{x}_k)$ est le premier élément de la séquence $\underline{u}^*(\hat{x}_k)$.

Avec ces hypothèses et en utilisant cette loi de commande, la paire (x, \hat{x}) est pilotée de façon robuste vers $(\mathcal{S}_\infty, \mathcal{S}_\infty^{co})$, en satisfaisant toutes les contraintes. Un exemple illustratif est proposé en [45].

Malgré des résultats positifs de la commande prédictive robuste à base de tubes d'incertitudes, son application dans le cas de systèmes avec incertitudes paramétriques ("incertitudes multiplicatives", i.e. la matrice A du système (3.31) est une matrice par intervalle) reste un problème ouvert qui sera abordé dans des travaux futures.

3.7 Application à la commande d'une suspension magnétique

Cette section propose une application des techniques de commande prédictive à base d'observateur ensembliste développées précédemment à un système de suspension magnétique (Figure 3.7). Le système se compose d'un

électro-aimant fixe, pour lequel un courant d'alimentation variable permet de modifier la force électro-magnétique résultante, et d'un pendule mobile, aimanté, attiré plus ou moins fortement par la partie fixe. Nous faisons l'hypothèse de la symétrie radiale parfaite du système. Nous nous intéressons dans la suite uniquement à la commande sur l'axe vertical de façon à stabiliser le pendule autour de l'origine.

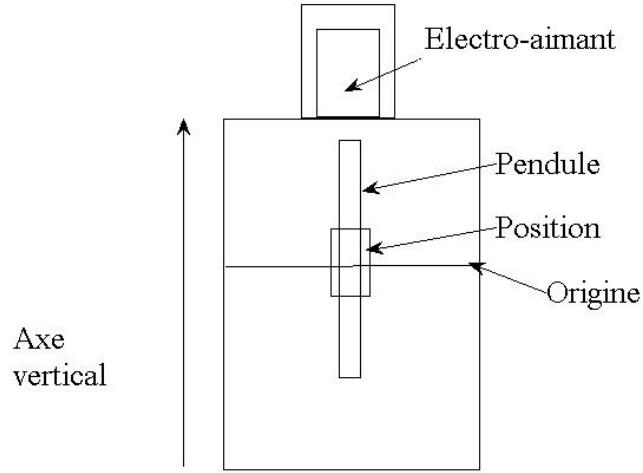


FIGURE 3.7 – Maquette de la suspension magnétique.

Pour simplifier le calcul et faciliter la visualisation, le système est modélisé sans la partie de puissance. Le modèle⁸ du système considéré étant non-linéaire, une linéarisation autour de l'origine est effectuée :

$$\begin{cases} \dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{2g}{z_0} & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{g}{i_0} \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0,012 \\ -0,342 \end{bmatrix} \omega \\ y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x + v \end{cases} \quad (3.47)$$

où $g = 9,81\text{m/s}^2$, $z_0 = 0,019\text{m}$, $i_0 = 0,436\text{A}$, $x = [x_1, x_2]^\top$, avec x_1 , x_2 , u la position, la vitesse du pendule et respectivement le courant alimenté. $v \in \mathcal{V} = \{v \in \mathbb{R} : |v| \leq 0,05\text{m}\}$ est le bruit de mesure, $\omega \in \mathcal{W} = \{\omega \in \mathbb{R} : |\omega| \leq 1\}$ est la perturbation sur l'état. Le système est soumis à des contraintes sur l'état (la position et la vitesse du pendule) et l'entrée (le courant d'alimentation) :

⁸Plusieurs détails sur le modèle sont donnés en [49].

$(x, u) \in \mathcal{X} \times \mathcal{U}$, avec $\mathcal{X} = \{x \in \mathbb{R}^2 : x_1 \in [-0,5; 0,5]\text{m}, x_2 \in [-10, 10]\text{m/s}\}$ et $\mathcal{U} = \{u \in \mathbb{R} : |u| \leq 5\text{A}\}$. L'analyse de stabilité de ce modèle montre que le système est instable en boucle ouverte (les valeurs propres de la matrice A étant $\pm\sqrt{\frac{2g}{z_0}}$) ce qui correspond bien au comportement physique du système.

Ensuite le modèle obtenu est discrétisé afin d'obtenir un modèle linéaire discret avec la période d'échantillonnage $T_s = 0,1\text{s}$:

$$\begin{cases} x_{k+1} = \begin{bmatrix} 12,4526 & 0,3863 \\ 398,8660 & 12,4526 \end{bmatrix} x_k + \begin{bmatrix} 0,2495 \\ 8,6909 \end{bmatrix} u_k + \begin{bmatrix} 0,001 \\ 0,01 \end{bmatrix} \omega_k \\ y_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x_k + v_k \end{cases} \quad (3.48)$$

Comme le système est affecté par des perturbations et des bruits de mesure bornés, l'estimation ensembliste zonotopique est implantée afin d'estimer l'état du système. Ensuite la loi de commande prédictive à base de tubes d'incertitude est utilisée pour stabiliser le pendule autour de l'origine. Pour raison de simplicité, les matrices de pondération sont choisies telles que $\tilde{Q} = \tilde{R} = I$. Le coût terminal $V_f(\underline{x})$ est la valeur de la fonction $0,5\underline{x}^\top P_f \underline{x}$ pour le problème de commande optimale sans contraintes du système nominal (sans perturbations) $\underline{x}_{k+1} = A\underline{x}_k + B\underline{u}_k$, où $\underline{u}_k = K_f \underline{x}_k$ est la commande LQR associée. Les ensembles initiaux \mathcal{S}_0^e , \mathcal{S}_0^{co} sont calculés en utilisant le résultat de [77]. L'ensemble de contraintes terminales \underline{X}_f (Figure 3.12) est l'ensemble polytopique maximal positif invariant pour le système $\underline{x}_{k+1} = (A + BK_f)\underline{x}_k$ sous les contraintes $\mathbb{X}_N = \mathcal{X} \ominus \mathcal{S}_N$ et $\mathbb{U}_N = \mathcal{U} \ominus K\mathcal{S}_N^{co}$ [13], [30]. Un horizon de prédiction $N = 3$ est choisi. L'optimisation LMI est résolue en utilisant le solveur *mincx* de *Matlab*®. La solution de la commande prédictive est obtenue en résolvant un problème de programmation quadratique⁹ avec la fonction *quadprog* de *Matlab*®.

Afin de limiter la complexité des zonotopes, un nombre de $m = 20$ segments a est choisi pour les m -zonotopes considérés.

La Figure 3.8 montre que le pendule est stabilisé autour de l'origine. La vitesse du pendule est également stabilisée autour de l'origine (Figure 3.9). Le signal de commande a été tracé Figure 3.10. Nous pouvons remarquer que les contraintes sur la commande et l'état sont respectées.

⁹Une analyse de complexité de ce type de problèmes de programmation quadratique a été faite par [60].

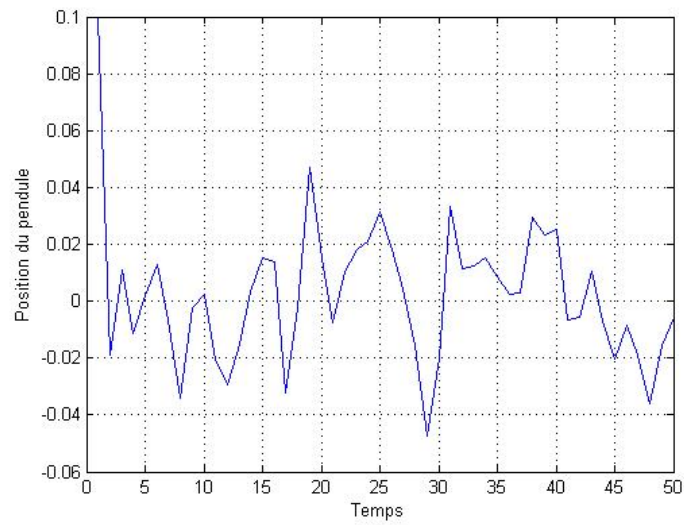


FIGURE 3.8 – Position du pendule obtenue par la commande prédictive à base de tubes d’incertitudes.

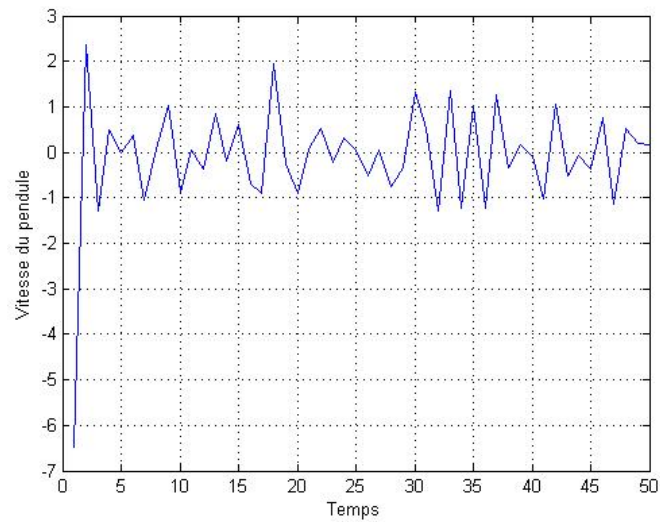


FIGURE 3.9 – Vitesse du pendule obtenue par la commande prédictive à base de tubes d’incertitudes.

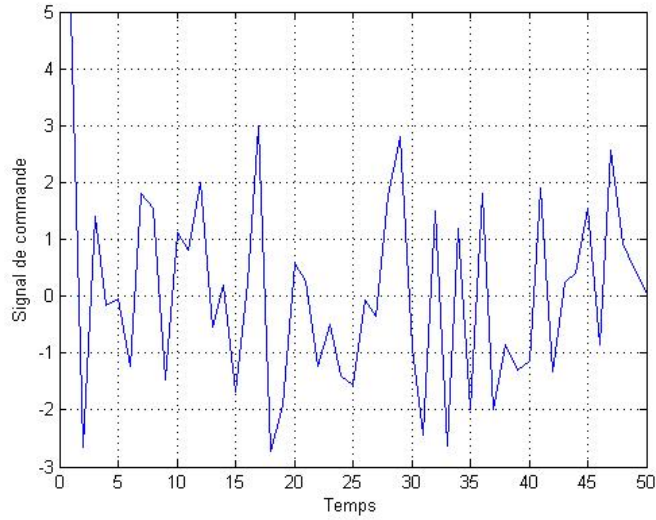


FIGURE 3.10 – Signal de commande appliqué au système de suspension magnétique.

La figure 3.11 compare, aux instants $k = 1$ et $k = 2$, les observateurs ensemblistes fondés sur les zonotopes réalisés par les trois approches : la minimisation du P -rayon, la minimisation du volume et la minimisation des segments. Nous pouvons remarquer qu'à l'instant $k = 2$ les trois méthodes donnent des résultats similaires.

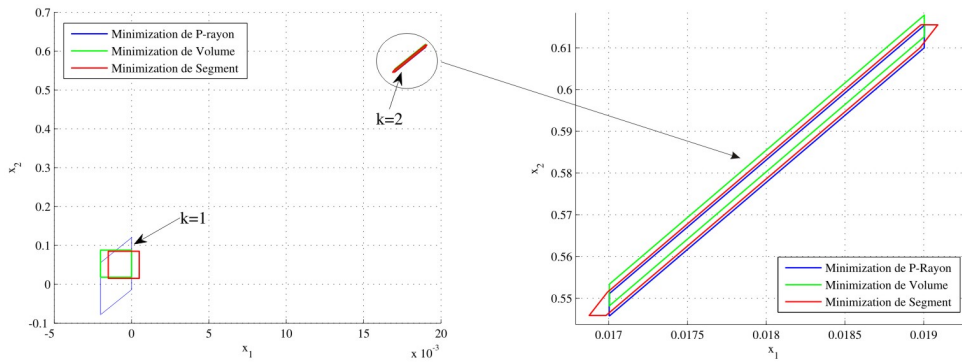


FIGURE 3.11 – Observateurs zonotopiques obtenus par plusieurs approches.

Dans cet exemple, à l'instant $k = 2$, les trois méthodes donnent des résultats assez proches. Des ensembles zonotopiques contenant l'état du sys-

TABLE 3.2 – Temps de calcul pour 50 périodes d'échantillonnage (Intel Core 2 Duo E8500 3,16 GHz)

Algorithme	Temps (s)
Minimisation des segments	0,0312
Minimisation du P -rayon (sans l'optimisation hors-ligne LMI)	0,0312
Minimisation du P -rayon (avec l'optimisation hors-ligne LMI)	0,7488
Minimisation du volume	7,8469

tème sont très similaires en utilisant les trois méthodes : la minimisation du P -rayon, la minimisation du volume et la minimisation des segments du zonotope (Figure 3.11). Les temps de calculs obtenus sont proposés dans le Tableau 3.2. Nous pouvons remarquer que sans inclure l'optimisation LMI hors-ligne, nous obtenons le même temps de calcul pour la minimisation de segments et la minimisation du P -rayon. Le temps de calcul obtenu par la minimisation du volume est environ 10 fois plus grand dans l'exemple considéré. Ces résultats sont expliqués par le fait que, dans la méthode de minimisation du volume, un problème d'optimisation (en-ligne) est résolu à chaque instant.

La figure 3.12 montre la trajectoire en tube du système et l'ensemble terminal \underline{X}_f . La section du tube à chaque instant est représentée par des zonotopes. Comme l'état du système réel entre dans l'ensemble terminal après deux instants, les sections des tubes coïncident après $k = 2$ itérations. Le zonotope le plus grand (trait tiret-point) est l'ensemble $\underline{x}_k^*(\hat{x}_k) \oplus \mathcal{S}_k$ (i.e. le tube permettant de borner l'état du système réel), le zonotope plus petit (trait tiret) est l'ensemble $\underline{x}_k^*(\hat{x}_k) \oplus \mathcal{S}_k^{co}$ (i.e. le tube permettant de borner l'erreur entre l'état estimé et l'état nominal) et le zonotope le plus petit (trait continu) $\hat{x}_k \oplus \mathcal{S}_k^e$ est l'ensemble contenant les états du système réel ("guaranteed state estimation set").

La figure 3.13 montre que la trajectoire réelle du système (trait discontinu) converge vers l'ensemble invariant S_∞ pendant que la trajectoire du système nominal (trait continu) converge vers l'origine.

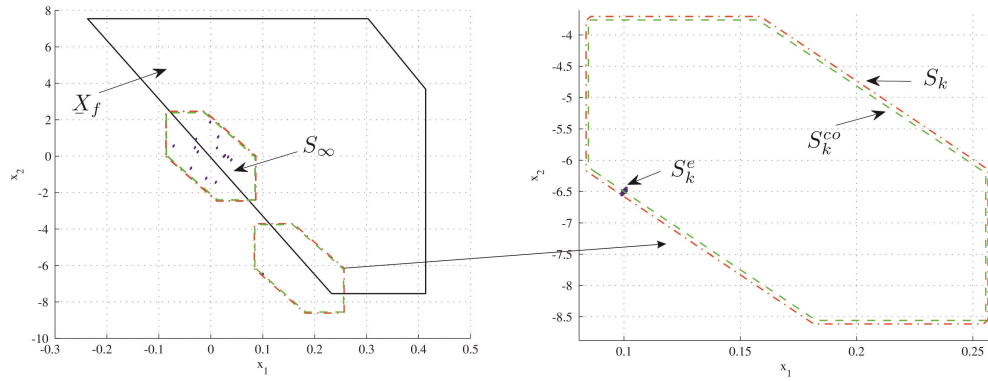


FIGURE 3.12 – Trajectoire en tube de la réponse du système en boucle fermée.

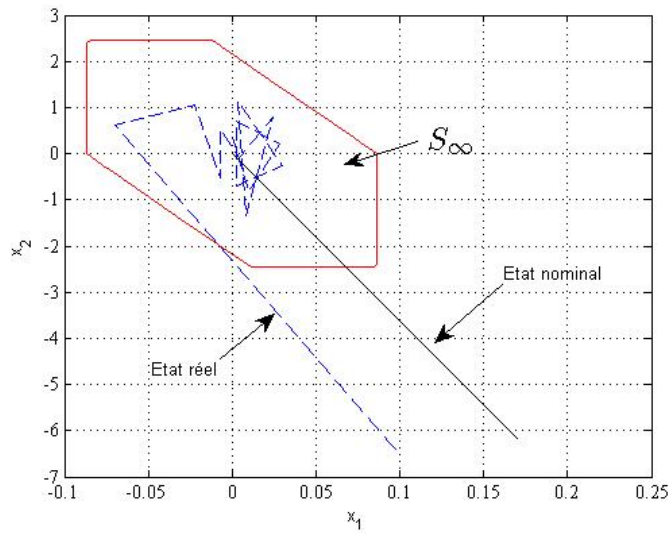


FIGURE 3.13 – Trajectoire réelle et trajectoire nominale du système en boucle fermée.

3.8 Conclusions et perspectives

Ce chapitre a proposé des résultats théoriques issus d'un premier co-encadrement de thèse [45], en collaboration avec l'Université de Séville. Une deuxième thèse est en cours dans le même co-encadrement, avec une soutenance prévue en

2015. Cette thèse a comme but d'appliquer des méthodes d'estimation d'état ensembliste dans la détection des défauts et la commande tolérante aux défauts.

Les contributions principales de ce chapitre sont les suivantes. Une estimation ensembliste zonotopique fondée sur la minimisation d'un nouveau critère (le P -rayon d'un zonotope) est d'abord proposée. Cette technique peut être vue comme un compromis entre les techniques d'estimation ensembliste à base de zonotopes et celles à base d'ellipsoïds. Fondé sur l'approximation extérieure de l'intersection d'un zonotope avec une bande de mesures, ce nouveau critère permet d'obtenir un bon compromis entre la précision de l'estimation et la complexité du calcul par rapport aux méthodes d'estimation zonotopiques existantes. Cette technique d'estimation est développée non seulement pour des systèmes SISO avec perturbations et bruits bornés, mais également pour des systèmes multi-sorties. De plus, la généralisation au cas des systèmes avec incertitudes par intervalles est proposée.

Plusieurs contributions visent l'estimation des systèmes multi-sorties (approche ESO, approche ESOCE, approche PMI), une contribution majeure étant le résultat de l'approximation extérieure de l'intersection d'un zonotope et d'un polytope (approche PAZI).

Une autre contribution importante de ce chapitre est le développement d'une loi de commande prédictive robuste (sous contraintes, avec des perturbations et bruits de mesure inconnus, mais bornés) par retour de sortie fondée sur l'estimation ensembliste zonotopique. Une application sur un modèle simplifié d'une suspension magnétique est ensuite proposée.

Les perspectives portent d'abord sur l'implantation des techniques proposées sur des systèmes réels. Nous envisageons de généraliser les approches proposées pour des systèmes à retard, des systèmes affines par morceaux, des systèmes variant dans le temps etc. De plus, la prise en compte dans le problème d'optimisation d'un vecteur λ_k ou d'une matrice Λ_k variant dans le temps se trouve parmi les travaux en cours. La commande prédictive à base de tubes de trajectoire pour des systèmes affectés par des incertitudes par intervalles reste une de nos préoccupations. L'utilisation de techniques proposées dans ce chapitre pour la détection de défauts est en cours de développement [9].

Chapitre 4

Commande prédictive des systèmes dynamiques multi-agents

Les résultats présentés dans ce chapitre sont issus d'un co-encadrement de thèse [66] entre le Département Automatique de Supélec et le Laboratoire des Signaux et Systèmes de CNRS, avec un financement de la Fondation d'Entreprise EADS. Des collaborations avec l'Université de Patras, en Grèce, et l'Université de Porto, au Portugal, ont également contribué à enrichir ces résultats.

Ce chapitre introduit de nouvelles pistes de recherche liées à la commande prédictive des systèmes multi-agents sous contraintes dynamiques. Plusieurs problèmes sont examinés : la génération de trajectoire pour une formation d'agents utilisant le concept de la platitude différentielle [73], le suivi de trajectoire de la formation d'agents en respectant des contraintes d'évitement de collision entre les agents et avec des obstacles [71], [70] [69]. Une particularité de nos approches est de considérer des régions de sécurité (considérées comme des ensembles convexes) autour de chaque agent [74]. Cela conduit à des problèmes d'optimisation non convexes (car la région de faisabilité est vue comme le complément de la région de sécurité) tenant compte des contraintes géométriques imposées par les régions de sécurité. Des techniques de type programmation mixte en nombres entiers ("Mixed Integer Programming") [75] ont été utilisées afin de réduire la complexité du problème initial. Le cas des systèmes multi-agents en formation étroite ("tight formation") a été également considéré [72].

Plusieurs lois de commande prédictive ont été développées dans ce contexte : commande prédictive centralisée, commande prédictive distribuée et commande prédictive décentralisée pour des systèmes multi-agents [66].

Certaines techniques ont été implantées et validées par notre doctorante I. Prodan sur des drones [68] en utilisant le matériel mis à disposition par le Laboratoire des Systèmes et de la Technologie Sous-marine (LSTS), de l’Université de Porto.

4.1 Formulation du problème

Plusieurs définitions d’un *agent* existent, en fonction de la communauté qui s’intéresse à ce terme. Dans ces travaux nous allons nous intéresser à la notion d’*agent* utilisée dans le domaine de l’Automatique. Ainsi, dans le contexte des systèmes dynamiques, un agent est décrit comme un système qui se trouve dans un certain environnement (soumis aux perturbations, bruits, incertitudes etc.) et qui exerce des actions autonomes afin de répondre à ses objectifs [106].

Les *systèmes dynamiques multi-agents* sont des systèmes composés de multiple sous-systèmes autonomes (i.e. agents) qui ont la capacité de communiquer entre eux afin d’accomplir des tâches communes (par exemple le vol en formation de plusieurs drones) [105]. Des aspects importants sont liés à la communication entre les différents agents et la coopération des agents afin d’arriver à un *consensus*, qui permet d’établir un compromis entre les objectifs des différents sous-systèmes et du système global. Plusieurs façons de coordination/coopération existent entre les différents agents d’une formation, ce qui impose des structures de commande adaptées (centralisée, décentralisée, distribuée). De plus, la communication¹ entre les agents est un élément clé de l’étape d’établissement du consensus.

Dans le contexte de la commande coopérative de systèmes dynamiques multi-agents, nous nous intéressons aux problèmes suivantes :

1. Planification de la trajectoire (“trajectory planning”) que la formation d’agents doit suivre ;
2. Allocation des tâches (“task assignment”), i.e. commander la formation afin de positionner chaque agent dans une position finale fixe par rapport aux autres agents ;
3. Développement commande centralisée, distribuée ou décentralisée permettant aux agents de rester en formation en évitant les collisions ;

¹La prise en compte des graphes de communications (avec les différentes problématiques rencontrées : le retard de communication, la perte d’informations, la quantification de l’information transmise etc.) entre les agents ne fait pas l’objet de ce chapitre ; elle reste parmi nos préoccupations actuelles dans la cadre d’une nouvelle thèse démarrée en 2013.

-
4. Prise en compte de différentes contraintes dans le développement de la loi de commande afin de préserver la sécurité de la formation (i.e. éviter les collisions entre les agents ou avec des obstacles) ;
 5. Garantie de stabilité en fonction de la nature du problème (il s'agit à la fois de la stabilité de chaque agent et de la stabilité de la formation, i.e. les agents restent dans une région bornée autour de la trajectoire de référence) ;
 6. Robustesse par rapport aux perturbations qui affectent les agents de façon individuelle (e.g. intensité du vent, bruit de mesure), ainsi que les problématiques spécifiques aux multi-agents (par exemple la présence d'obstacles, l'estimation de l'état des autres agents).

Dans la suite, des méthodes ensemblistes seront utilisées pour l'analyse et la commande des formations de plusieurs agents. Grâce à sa facilité de prise en compte des contraintes (e.g. évitement des collisions) et à sa robustesse intrinsèque, la commande prédictive sera privilégiée parmi les choix possibles pour commander des systèmes en formation, avec les objectifs suivants : convergence vers une formation et suivi d'une trajectoire pour la formation, tout en prenant en compte les contraintes anticollisions entre les agents et avec les éventuels obstacles.

Dans ce cadre, commençons avec une description du modèle du système multi-agents considéré. Des dynamiques simples (de type double intégrateur) ont été choisies afin de garder une complexité raisonnable des calculs et de faciliter ainsi l'implantation des algorithmes de commande développés.

Soit N_a le nombre d'agents et $\mathcal{J} = \{1, \dots, N_a\}$ l'ensemble contenant les indices des agents considérés. L'agent $i \in \mathcal{J}$ est décrit par un système dynamique linéaire invariant dans le temps, affecté par des perturbations bornées :

$$x_{d,i}(k+1) = A_i x_{d,i}(k) + B_i u_{d,i}(k) + \omega_i(k), \quad i \in \mathcal{J} \quad (4.1)$$

avec $x_{d,i} \in \mathbb{R}^{n_x}$ le vecteur d'état de l'agent i et $u_{d,i} \in \mathbb{R}^{n_u}$ le vecteur de commande de l'agent i en présence des perturbations bornées $\omega_i \in \mathcal{W}_i$, avec $\mathcal{W}_i \subset \mathbb{R}^{n_x}$ un ensemble convexe et compact contenant l'origine. Les matrices A_i et B_i ont les dimensions appropriées avec l'hypothèse que la paire (A_i, B_i) est stabilisable.

Pour éviter la confusion entre l'instant k et la désignation d'un agent, dans ce chapitre la notation $x(k)$ est préférée pour préciser le moment de temps k à la forme avec indice (e.g. x_k) utilisée dans les chapitres précédentes. L'indice d est retenu pour des systèmes soumis aux perturbations et l'indice i désigne l'agent i .

En vue de la commande fondée sur les principes exposés par [59], un système nominal (sans perturbations) est également associé à l'agent i :

$$x_i(k+1) = A_i x_i(k) + B_i u_i(k), \quad i \in \mathcal{I} \quad (4.2)$$

Le système réel (4.1) est utilisé dans la description hors ligne de la formation étroite, par exemple la position cible de chaque agent, la forme de la région de sécurité autour de chaque agent. Le système nominal est utilisé en ligne pour le calcul de la loi de commande prédictive en temps réel. L'état du système nominal restera dans un tube autour de la trajectoire nominale [77], [59].

La loi de commande associée aux dynamiques (4.1) et (4.2) est donnée par l'expression suivante :

$$u_{d,i}(k) = u_i(k) + K_i(x_{d,i}(k) - x_i(k)), \quad i \in \mathcal{I} \quad (4.3)$$

avec le gain du correcteur $K_i \in \mathbb{R}^{n_x \times n_u}$ construit afin d'assurer la stabilité de $A_i + B_i K_i$.

L'erreur de poursuite $z_i(k) = x_{d,i}(k) - x_i(k)$ du système nominal (4.2) a la dynamique suivante :

$$z_i(k+1) = (A_i + B_i K_i) z_i(k) + \omega_i(k), \quad i \in \mathcal{I} \quad (4.4)$$

Avec ces notations, les trajectoires résultantes convergent vers l'ensemble positif invariant (RPI – voir Définition 3.11) \mathcal{S}_i , qui est déterminé tel que :

$$z_i(k) = x_{d,i}(k) - x_i(k) \in \mathcal{S}_{z,i}, \quad i \in \mathcal{I} \quad (4.5)$$

avec $z_i(0) \in \mathcal{S}_i$. L'existence de l'ensemble invariant garantie que le système réel (4.1) reste dans un tube :

$$x_{d,i}(k) \in x_i(k) \oplus \mathcal{S}_{z,i}, \quad i \in \mathcal{I} \quad (4.6)$$

autour de la trajectoire de référence $x_i(k)$, pour tout $u_i(k)$. L'ensemble \mathcal{S}_i peut être construit comme une approximation de l'ensemble robuste invariant minimal (mRPI) par des techniques de type “ultimate bound” [41], [66].

Pour éviter la collision entre plusieurs agents, les dynamiques nominales (4.2) sont utilisées, avec la condition supplémentaire que les régions de sécurité des agents réels ne doivent pas s'intersecter. La position réelle d'un agent n'est pas connue exactement à cause des perturbations. En revanche, nous pouvons affirmer que l'agent i se trouve dans la région :

$$\mathcal{S}_i = x_i(k) \oplus \Omega_{UB,i}, \quad i \in \mathcal{I} \quad (4.7)$$

où $\Omega_{UB,i}$ est l'ensemble robuste positive invariant (RPI) sous la dynamique (4.4).

Un exemple est illustré Figure 4.1. Nous pouvons remarquer que la trajectoire du système réel (en rouge) reste dans le tube ayant comme centre la trajectoire du système nominale (en bleu) et comme section (en vert) la projection de l'ensemble RPI sur le plan des positions. Plus de détails sur les dynamiques considérées sont donnés en [72].

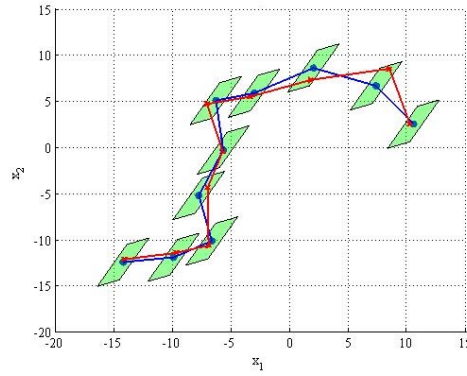


FIGURE 4.1 – Trajectoires du système réel (en rouge) et du système nominal (en bleu).

4.2 Evitement des collisions

Le problème d'évitement des collisions (entre les différents agents ou avec des différents obstacles) est un problème typique rencontré dans le cadre des systèmes multi-agents. Considérons la notation suivante $\mathcal{S}_o = \{1, \dots, N_o\}$ pour définir l'ensemble d'obstacles fixes N_o considérés. Soit $\{\mathcal{O}\}_o$, avec $o = 1, \dots, N_o$, la collection d'obstacles vue comme une union d'ensembles polyédrales.

Considérant les dynamiques réelles (4.1), les conditions d'évitement d'obstacles (considéré fixes) ou de collision avec les autres agents s'écrivent comme suit :

$$\begin{aligned} \{x_{d,i}\} \cap \{x_{d,j}\} &= \emptyset & i, j \in \mathcal{S}, i \neq j \\ \{x_{d,i}\} \cap \mathcal{O}_o &= \emptyset & i \in \mathcal{S}, o \in \mathcal{S}_o \end{aligned} \quad (4.8)$$

Si l'on associe les régions de sécurité autour de la trajectoire, nous obtenons les conditions suivantes :

$$\begin{aligned} (\{x_i\} \oplus \mathcal{S}_i) \cap (\{x_j\} \oplus \mathcal{S}_j) &= \emptyset & i, j \in \mathcal{I}, i \neq j \\ (\{x_i\} \oplus \mathcal{S}_i) \cap \mathcal{O}_o &= \emptyset & i \in \mathcal{I}, o \in \mathcal{J}_o \end{aligned} \quad (4.9)$$

où de façon équivalente :

$$\begin{aligned} (x_i - x_j) &\notin (\{-\mathcal{S}_i\} \oplus \mathcal{S}_j) & i, j \in \mathcal{I}, i \neq j \\ x_i &\notin (\{-\mathcal{S}_i\} \oplus \mathcal{O}_o) & i \in \mathcal{I}, o \in \mathcal{J}_o \end{aligned} \quad (4.10)$$

Des polyèdres paramétrisés peuvent être considérés pour la description des régions de sécurité. Ainsi l'évitement des collisions entre les agents peut se faire à l'aide de la paramétrisation des intersections des ensembles invariants comme montré dans [72]. Cependant, cette approche a une complexité importante due aux paramétrisations explicites de tous les sommets.

La difficulté de la formulation des contraintes anticollision (4.10) est liée à la non convexité des régions faisables. En fait, la trajectoire d'un agent doit éviter une région convexe (ou une union de régions convexes) représentant un obstacle (i.e. contraintes statiques) ou un autre agent (i.e. contraintes dynamiques). Une solution est d'utiliser des techniques de programmation mixte en nombres entiers ("Mixed Integer Programming" – MIP) [36].

4.2.1 Réduction de la complexité via des techniques MIP

Dans le cas des problèmes d'évitement des collisions, la région faisable est un ensemble non convexe, car elle est souvent considérée comme le complément d'une région de convexe qui contient un ou plusieurs obstacles. Les techniques de programmation mixte en nombres entiers permettent d'écrire la région originale de faisabilité (qui est non convexe) comme un ensemble convexe dans un espace étendu. Malgré cet avantage, des problèmes numériques sont souvent rencontrés dans la résolution des problèmes MIP. Des techniques existant dans la littérature [40] permettent de transformer une inégalité avec des composants binaires non linéaires dans un ensemble d'inégalités avec composants binaires linéaires, mais en ajoutant des variables binaires, ce qui augmente la complexité du problème. Des nouvelles approches ont été développées pour réduire la complexité de ce problème de type MIP et de le reformuler sous contraintes linéaires [75]. Le nombre de variables binaires nécessaires à la description unitaire des ensembles faisables non convexes (ou de leurs compléments) a été réduit en utilisant des stratégies de fusion entre différentes régions [66]. L'approche proposée a été également généralisée au cas des régions faisables non convexes non connectées [75].

Soit un ensemble de N_h hyperplans :

$$\mathcal{H}_i = \{x \in \mathbb{R}^n : h_i x = k_i\}, i = 1, \dots, N_h \quad (4.11)$$

avec $(h_i, k_i) \in \mathbb{R}^{1 \times n} \times \mathbb{R}$. Chaque hyperplan \mathcal{H}_i sèpare l'espace \mathbb{R}^n en deux régions disjointes (sans considérer leur frontière \mathcal{H}_i) :

$$\begin{aligned}\mathcal{R}^+(\mathcal{H}_i) &= \{x \in \mathbb{R}^n : h_i x \leq k_i\} \\ \mathcal{R}^-(\mathcal{H}_i) &= \{x \in \mathbb{R}^n : -h_i x \leq -k_i\}\end{aligned}\tag{4.12}$$

Considérons un polytope² $\mathcal{P} \in \mathbb{R}^n$ décrit par sa *H-représentation* :

$$\mathcal{P} = \bigcap_{i=1}^{N_h} \mathcal{R}^+(\mathcal{H}_i)\tag{4.13}$$

et son complément :

$$\mathcal{C}_{\mathcal{X}}(\mathbb{P}) = cl(\mathcal{X} \setminus \mathcal{P}) = \bigcup_{i=1}^{N_h} \mathcal{R}^-(\mathcal{H}_i)\tag{4.14}$$

En utilisant les techniques MIP, le but est de définir des polyèdres dans l'espace d'état étendu, contenant le vecteur d'état initial et les variables binaires auxiliaires α_i de la forme suivante :

$$-h_i x \leq -k_i + M\alpha_i, \quad i = 1, \dots, N_h\tag{4.15}$$

$$\sum_{i=1}^{N_h} \alpha_i \leq N_h - 1,\tag{4.16}$$

avec le scalaire positif $M \in \mathbb{R}_+$ choisi suffisamment large par rapport aux autres variables α_i . L'inégalité (4.15) devient active si la variable associée $\alpha_i = 0$ et elle est inactive (redondante) si $\alpha_i = 1$. Si $\alpha_i = 1$, due à la valeur choisie pour M , la partie droite de l'équation (4.15) est beaucoup plus grande que la partie gauche. Dans ce cas, il n'y a pas vraiment de contrainte sur la variable x . La condition (4.16) impose qu'au moins un variable α_i soit non nulle, ce qui impose au moins une inégalité active.

Un exemple est illustrée Figure 4.2. Le complément du triangle \mathcal{P} représente la région faisable. Dans les formulations (4.15) et (4.16), une variable binaire unique correspond à chaque inégalité. A partir de la formulation d'état étendu, chaque région $\mathcal{R}^-(\mathcal{H}_i)$ peut être obtenue en choisissant la combinaison appropriée des variables binaires. Par exemple, le choix $(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) = (1, 0, 1)$ permet de couvrir la région $\mathcal{R}^-(\mathcal{H}_2)$ (en rouge).

²Afin d'assurer l'existence du polytope \mathcal{P} , l'ensemble polytopique obtenu doit être non vide et borné.

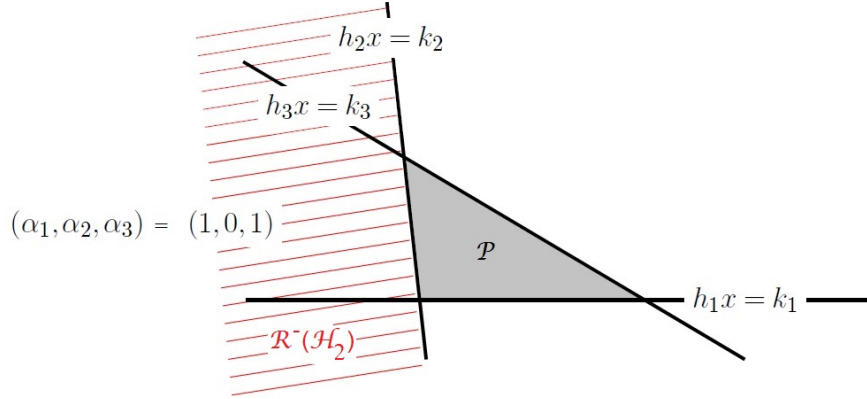


FIGURE 4.2 – Illustration des techniques MIP.

Le cas d'une région non convexe et non connectée est également proposé [75], [66]. L'idée consiste d'abord à considérer la région faisable comme le complément de l'union des ensembles polyédraux bornés et à ajouter ensuite une formulation logarithmique de la description MIP (voir [75] pour plus de détails). Cette procédure, fondée sur des techniques d'arrangement des hyperplans [111], part du principe qu'un ensemble de hyperplans partitionne l'espace dans une union de cellules disjointes, parmi lesquelles il existe un ensemble de cellules faisables utilisé pour décrire une certaine région. Nous pouvons formaliser une cellule faisable C_k comme suit :

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_k(i_1)h_{i_1}x \leq \sigma_k(i_1)k_{i_1} + M\alpha_k(\lambda) \\ \vdots \\ \sigma_k(i_l)h_{i_l}x \leq \sigma_k(i_l)k_{i_l} + M\alpha_k(\lambda) \end{array} \right\} C_k \quad (4.17)$$

avec les variables binaires $\alpha_k \in \{0, 1\}^{N_h}$ et $\sigma_k \in \{+, -\}^{N_h}$. Ces notations permettent d'écrire l'ensemble de toutes les combinaisons possibles de N_h variables binaires, par exemple $\{0, 1\}^{N_h} = \{(b_1, \dots, b_{N_h}) : b_i \in \{0, 1\}, \forall i = 1, \dots, N_h\}$

La séquence i_1, \dots, i_l , avec $i_l < N_h$ désigne les hyperplans qui apparaissent dans la définition de cellule C_k .

La formulation logarithmique de la description MIP permet de réduire le nombre des cellules/hyperplans (et ainsi le nombre des variables binaires) à considérer et réduit également la complexité du problème considéré. Ainsi, la méthode proposée prend en compte des stratégies de fusion ("merging techniques") qui regroupent les régions qui se chevauchent ("overlapping regions").

Un exemple qui tient compte de la réduction de nombre de variables binaires est détaillé en [66]. Une analyse numérique de la méthode proposée est également fournie en [66]. Sans rentrer dans les détails de calcul, nous retenons une réduction de la complexité de $\mathcal{O}(2^N \cdot p(N + 1, d))$ à $\mathcal{O}(2^{\lceil \log_2 N \rceil} \cdot p(N + \lceil \log_2 N \rceil - 1, d)) = \mathcal{O}(N \cdot p(N, d))$, où $\lceil \cdot \rceil$ désigne la partie entière supérieure.

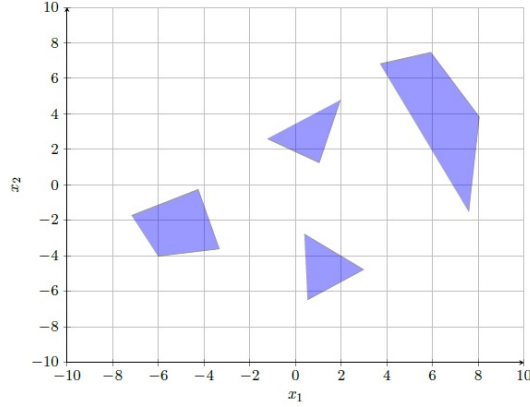


FIGURE 4.3 – Espace contenant 4 obstacles.

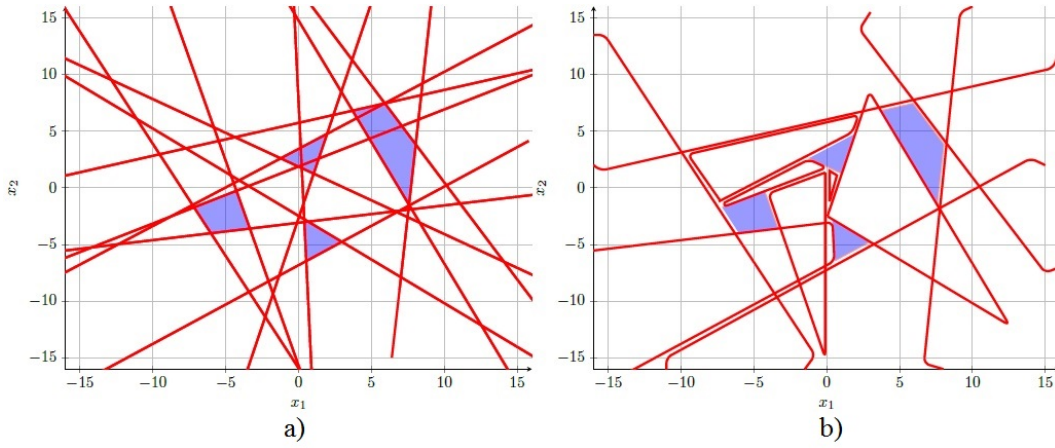


FIGURE 4.4 – Illustration des techniques MIP pour l'évitement d'obstacles.

L'utilisation des techniques MIP proposées dans le cadre d'évitement d'obstacles est illustrée Figures 4.3 et 4.4. Nous considérons d'abord les quatre obstacles proposés Figure 4.4. Ensuite l'espace est partitionné en cellules disjointes (Figure 4.4.a). Après, des techniques de fusion des cellules

sont appliquées (Figure 4.4.b) afin de réduire le nombre d'hyperplans nécessaires à la formulation du problème MIP. Le nombre de cellules est réduit de 96 cellules disjointes (Figure 4.4.a) à 11 cellules (Figure 4.4.b).

Les techniques MIP présentées seront utilisées par la suite dans le développement des lois de commande des systèmes multi-agents.

4.2.2 Vers une configuration étroite des systèmes multi-agents

Dans la suite nous allons analyser quel est le point d'équilibre d'une formation multi-agents tenant compte des contraintes imposées par l'évitement d'obstacles. Dans ce contexte, chaque agent a de plus l'objectif de converger vers l'origine. Ceci se traduit par une configuration minimale de la formation d'agents due aux contraintes anticollision. Ce problème est mis sous la forme d'une optimisation :

$$\begin{aligned} & \max_{x_i} \sum_{i=1}^{N_a} \|x_i\|_2^2 \\ & \text{sous la contrainte :} \\ & (x_i - x_j) \notin (\{-\mathcal{S}_i\} \oplus \mathcal{S}_j), \quad \forall i, j \in \mathcal{I}, i \neq j \end{aligned} \tag{4.18}$$

où x_i est la distance de l'agent i par rapport à l'origine. Le placement des agents autour de l'origine en respectant les conditions d'évitement de collision est une condition géométrique, qui influence également la dynamique des agents. Ainsi, le point d'arrivée de chaque agent est un point d'équilibre pour cet agent, mais il se peut qu'il ne soit pas également un point fixe pour la formation (4.2). Si l'on fournit ce résultat comme référence à la formation d'agents, il se peut que les agents ne convergent pas vers ces points cibles, en résultant un comportement chaotique. Afin d'éviter un tel comportement, des contraintes supplémentaires (qui imposent que les points cibles soient des points fixes) sont prises en compte :

$$\begin{aligned} & \max_{x_i, u_i} \sum_{i=1}^{N_a} \|x_i\|_2^2 \\ & \text{sous les contraintes :} \\ & (x_i - x_j) \notin (\{-\mathcal{S}_i\} \oplus \mathcal{S}_j), \quad \forall i, j \in \mathcal{I}, i \neq j \\ & x_i = A_i x_i + B_i u_i, \quad \forall i \in \mathcal{I} \end{aligned} \tag{4.19}$$

Le résultat du problème d'optimisation non-convexe (4.19) (obtenu grâce aux techniques MIP) est l'ensemble des points cibles suivants :

$$\{(x_{f,1}, u_{f,1}), (x_{f,2}, u_{f,2}), \dots, (x_{f,N_a}, u_{f,N_a})\} \tag{4.20}$$

La Figure 4.5.a) montre la configuration minimale de quatre agents³ homogènes obtenue comme solution de (4.18). La Figure 4.5.b) montre également une configuration minimale obtenue comme solution de (4.19), imposant les conditions de points fixes. Ces points fixes se trouvent sur la ligne droite (en pointillé) qui passe par l'origine. Cette droite est donnée par $x_{f,i} = (I_2 - A_i)^{-1} B u_{f,i} \approx \begin{bmatrix} 2,91 \\ 5,31 \end{bmatrix}$.

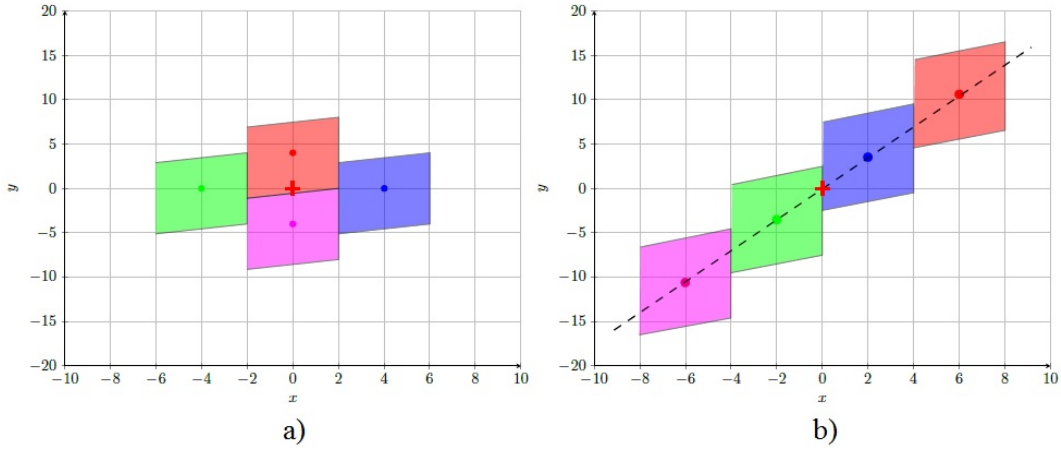


FIGURE 4.5 – Configuration minimale de quatre agents homogènes.

Dans le cas des agents homogènes (qui ont donc des régions de sécurité identiques), le problème d'optimisation (4.18) ou (4.19) a plusieurs solutions qui correspondent à interchanger les positions cibles des agents entre eux, sans modifier l'optimum global. Dans ce contexte, la section suivante propose une approche d'allocation optimale des tâches ("optimal task assignment").

4.3 Allocation des tâches

Dans le cas des systèmes multi-agents homogènes, il est intéressant d'étudier le problème d'allocation des tâches. Ainsi, en optimisant un certain critère (par exemple la minimisation de l'énergie consommée par chaque agent pour arriver à la position cible) une allocation optimale des agents dans les positions cibles peut être formalisée comme suit :

³Les dynamiques suivantes sont considérées pour tous les quatre agents : $A_i = \begin{bmatrix} 0,97 & -0,04 \\ 0,81 & 0,42 \end{bmatrix}$, $B_i = \begin{bmatrix} 0,30 \\ 0,72 \end{bmatrix}$. Plusieurs détails sur cet exemple se trouvent dans [66].

$$\begin{aligned}
& \min_{\delta_{ij}} \sum_{i=1}^{N_a} \sum_{j=1}^{N_a} c_{ij} \delta_{ij} \\
& \text{sous les contraintes :} \\
& \sum_{i=1}^{N_a} \delta_{ij} = 1, \quad \sum_{j=1}^{N_a} \delta_{ij} = 1, \quad \delta_{ij} \in \{0, 1\}, \quad i, j \in \mathcal{I}
\end{aligned} \tag{4.21}$$

avec c_{ij} le coût associé à l'allocation de l'agent j à la cible $x_{f,i}$ et les variables de décision $\delta_{ij} = 1$ si la cible $x_{f,i}$ est associée à l'agent j et $\delta_{ij} = 0$, sinon. Les variables binaires δ_{ij} permettent d'allouer une seule cible à chaque agent. En choisissant d'optimiser la distance parcourue par chaque agent, les paramètres c_{ij} peuvent être choisis comme des pondérations sur la distance entre la position actuelle et la position finale souhaitée pour chaque agent :

$$c_{ij} = (x_j - x_{f,i})^\top P (x_j - x_{f,i}), \quad i, j \in \mathcal{I} \tag{4.22}$$

avec $P = P^\top \succ 0$ une matrice symétrique définie positive. Nous faisons l'hypothèse que la loi de commande de l'agent j est donnée par :

$$u_j = K_j(x_j - x_{f,i}) + \bar{u}_j \tag{4.23}$$

où \bar{u}_j est choisi tel que $x_{f,j} = A_j x_{f,i} + B_j \bar{u}_j$, avec $\bar{u}_j = B_j^{-1}(I - A_j)x_{f,i}$, si l'inverse⁴ de la matrice B existe. Plusieurs détails sur l'allocation des tâches dans le cadre des systèmes multi-agents se trouvent en [72], [66].

Un exemple d'allocation des tâches versus une allocation des tâches avec un coût minimal est proposé Figure 4.6. Les points initiaux sont représentés en rouge, les quatre positions cibles sont représentées en bleu. La Figure 4.6.a propose une allocation quelconque, tandis que la Figure 4.6.b propose une allocation avec un coût minimal. Les positions cibles sont des points d'équilibre situés sur une droite qui passe par l'origine (voir Figure 4.5.b).

⁴La pseudo-inverse de B peut être utilisée si la matrice B n'est pas inversible.

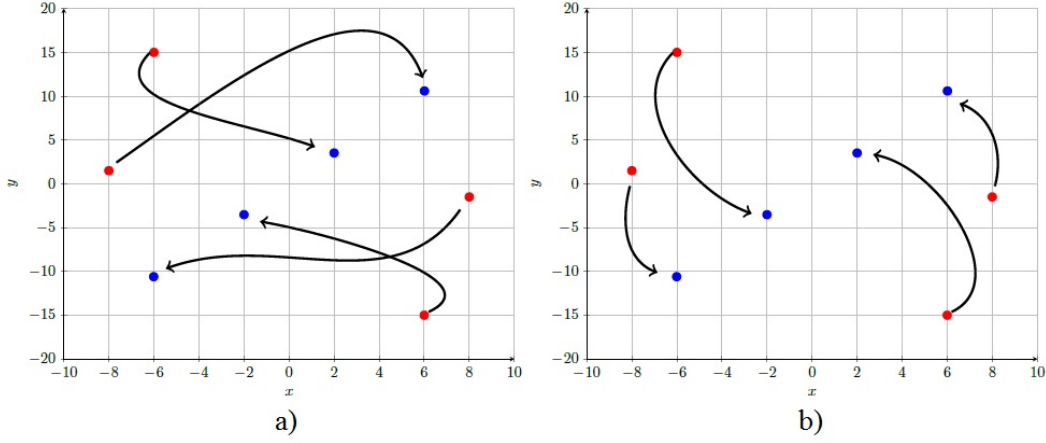


FIGURE 4.6 – Allocation des tâches.

Après l’allocation des tâches, nous allons nous intéresser dans la section suivante à la génération de trajectoires que les agents doivent suivre afin d’arriver à leurs positions cibles.

4.4 Génération de trajectoire

Le suivi de trajectoire pour une formation d’agents est une des tâches prioritaires. Dans ce contexte, plusieurs problématiques ont été identifiées. D’abord il s’agit de faire la différence [69] entre le suivi d’un chemin de référence (“path following”) et le suivi d’une trajectoire de référence (“trajectory following”). Le chemin de référence offre seulement une route pour les agents, sans avoir associé le temps. La trajectoire de référence a également associé le temps, ce qui ajoute un degré supplémentaire de complexité par rapport au fonctionnement en temps réel. Dans la suite nous allons nous intéresser à la génération de trajectoires de référence. Généralement la trajectoire de référence est précalculée (donc connue à l’avance). Plusieurs façons pour calculer une trajectoire de référence existent : des approches à base paramétrisation polynômiale des trajectoires en utilisant des points de passage (“way-points”) [98], des approches à base de platitude différentielle [28], [54], [24] qui nous ramène à la recherche d’une trajectoire de sortie plate qui décrit complètement le comportement du système. La définition d’un système différentiellement plat est reprise dans la suite.

Définition 4.1. Un système $\dot{x}(t) = f(x(t), u(t))$ avec $x \in \mathbb{R}^n$, $u \in \mathbb{R}^m$, $x(0) = x_0$ et $x(T) = x_f$ est considéré *différentiellement plat* s’ils existent

des variables $z(t) \in \mathbb{R}^m$ afin que les états et les entrées s'expriment en fonction de $z(t)$ et d'un nombre fini de leurs dérivés d'ordre supérieur : $x(t) = \varphi(z(t), \dot{z}(t), \dots, z^{(q)}(t))$ et $u(t) = \phi(z(t), \dot{z}(t), \dots, z^{(q)}(t))$, avec la sortie plate $z(t) = \vartheta(x(t), u(t), \dot{u}(t), u^{(q)}(t))$ et q l'ordre maximal considéré de $z(t)$.

Pour les systèmes différentiellement plats, les trajectoires sont planifiées d'abord pour le vecteur de sorties plates $z(t)$ et ensuite transformées via $\varphi(\cdot)$ et $\phi(\cdot)$ en trajectoires pour les états et les entrées du système. Le point de départ et le point d'arrivée sont paramétrisés comme suit :

$$\begin{aligned} x(0) &= \varphi(z(0), \dot{z}(0), \dots, z^{(0)}(t)) = x_0 \\ x(T) &= \varphi(z(T), \dot{z}(T), \dots, z^{(q)}(T)) = x_f \\ u(0) &= \phi(z(0), \dot{z}(0), \dots, z^{(0)}(t)) = u_0 \\ u(T) &= \phi(z(T), \dot{z}(T), \dots, z^{(T)}(t)) = u_t \end{aligned} \quad (4.24)$$

De plus, le vecteur de sorties plates peut être paramétrisé à l'aide d'une base des fonctions lisses ("smooth basis functions") $\chi_i(t)$ comme suit :

$$z(t) = \sum_{i=1}^{N_\alpha} \tilde{\alpha}_i \chi_i(t) \quad (4.25)$$

avec $\tilde{\alpha}_i \in \mathbb{R}$ les paramètres inconnus du système (4.24). Les dérivées de $z(t)$ se calculent en dérivant l'expression (4.25) :

$$\begin{aligned} \dot{z}(t) &= \sum_{i=1}^{N_\alpha} \tilde{\alpha}_i \dot{\chi}_i(t) \\ &\vdots \\ z^{(q)}(t) &= \sum_{i=1}^{N_\alpha} \tilde{\alpha}_i \chi_i^{(q)}(t) \end{aligned} \quad (4.26)$$

Les paramètres $\tilde{\alpha}_i$ sont donnés comme solution d'un système linéaire d'équations :

$$\begin{bmatrix} \chi_1(0) & \chi_2(0) & \dots & \chi_{N_\alpha}(0) \\ \dot{\chi}_1(0) & \dot{\chi}_2(0) & \dots & \dot{\chi}_{N_\alpha}(0) \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \chi_1^{(q)}(0) & \chi_2^{(q)}(0) & \dots & \chi_{N_\alpha}^{(q)}(0) \\ \chi_1(T) & \chi_2(T) & \dots & \chi_{N_\alpha}(T) \\ \dot{\chi}_1(T) & \dot{\chi}_2(T) & \dots & \dot{\chi}_{N_\alpha}(T) \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \chi_1^{(q)}(T) & \chi_2^{(q)}(T) & \dots & \chi_{N_\alpha}^{(q)}(T) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\alpha}_1 \\ \vdots \\ \tilde{\alpha}_{N_\alpha} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z(0) \\ \dot{z}(0) \\ \vdots \\ z^{(q)}(0) \\ z(T) \\ \dot{z}(T) \\ \vdots \\ z^{(q)}(T) \end{bmatrix} \quad (4.27)$$

Les paramètres $\tilde{\alpha}_i$ permettent de calculer $z(t)$ et ses dérivées. Ensuite, il est possible de calculer la trajectoire du système original.

De plus, nous pouvons ajouter des points intermédiaires, ce qui nous ramène à ajouter des contraintes (i.e. des lignes) supplémentaires dans (4.27).

Le choix des fonctions χ_i est très important pour la génération de la trajectoire. Un choix simple est donné par une base polynômiale où, dans certains cas, une base Bésier [108], [27]. Le désavantage de ces bases est qu'elles nécessitent un degré élevé des polynômes considérés (donc une complexité élevée) pour une bonne précision. Dernièrement, des B-splines ont été utilisés [24], [99] pour réduire la complexité et garantir la continuité des dérivées. Une étude plus approfondie de ces méthodes est donnée en [66].

Dans la suite, nous allons intégrer les notions détaillées dans ce chapitre dans le contexte des lois de commande prédictive des systèmes multi-agents.

4.5 Commande prédictive des systèmes dynamiques multi-agents

Cette section est dédiée à la commande prédictive des systèmes multi-agents (MAS). Tout d'abord une commande prédictive centralisée à base des techniques MIP est proposée. Afin d'améliorer les résultats et de réduire la charge de calcul, une commande prédictive distribuée est ensuite élaborée. Ainsi, le groupe d'agents est partitionné en voisinages et des solutions sont calculées localement à partir de l'information fournie par les voisins. Malgré tout, la charge de calcul reste élevée pour les formations contenant un nombre important d'agents. Ainsi, afin de réduire la complexité de calcul par rapport aux techniques à base de MIP, une loi de commande prédictive décentralisée à base de méthodes de champ de potentiel (attractif ou répulsif) est proposée.

4.5.1 Commande prédictive centralisée pour MAS

Afin de proposer une loi de commande centralisée, nous faisons les hypothèses suivantes : la dynamique de chaque agent est connue par tous les agents et la communication entre les agents est parfaite⁵.

Considérons un groupe de N_a agents défini comme le système global :

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}\mathbf{u}(k) \quad (4.28)$$

⁵Tous les agents communiquent entre eux, sans perte d'information et sans retard de communication.

avec le vecteur d'état $\mathbf{x} = [x_1^\top \dots x_{N_a}^\top]^\top \in \mathbb{R}^{N_a n_x}$ et le vecteur d'entrée $\mathbf{u} = [u_1^\top \dots u_{N_a}^\top]^\top \in \mathbb{R}^{N_a n_u}$ contenant tous les vecteurs d'état x_i , pour $i \in \mathcal{I}$, et respectivement tous les vecteurs d'entrée u_i de chaque agent définis par (4.2). Les matrices \mathbf{A} et \mathbf{B} sont des matrices diagonales $\mathbf{A} = \text{diag}(A_1, \dots, A_{N_a})$ et $\mathbf{B} = \text{diag}(B_1, \dots, B_{N_a})$ de dimensions appropriées, respectant l'hypothèse de commandabilité. Les dynamiques du système globale sont découplées, le seul lien étant les contraintes qui seront imposées afin que les agents convergent vers la formation établie, en évitant les collisions.

Une commande prédictive centralisée est obtenue en résolvant le problème d'optimisation suivant :

$$\begin{aligned} \mathbf{u}^* &= \arg \min_{\mathbf{u}(k|k), \dots, \mathbf{u}(k+N_p-1|k)} J_{\mathcal{J}}(\mathbf{x}(k+N_p|k), \mathbf{u}(k+N_p-1|k)) \\ &\text{sous les contraintes :} \\ \mathbf{x}(k+l+1|k) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(k+l|k) + \mathbf{B}\mathbf{u}(k+l|k), \quad l = 0, \dots, N_p-1 \\ (E_i - E_j)\mathbf{x}(k+l+1|k) &\notin (\{-\mathcal{S}_i\} \oplus \mathcal{S}_j), \quad i, j \in \mathcal{I}, i \neq j, l = 1, \dots, N_p \end{aligned} \quad (4.29)$$

où la matrice $E_i = [0 \dots \underbrace{I}_i \dots 0]$ permet d'extraire le vecteur d'état de l'agent i à partir du vecteur d'état global \mathbf{x} (i.e. $x_i = E_i \mathbf{x}$, pour $i \in \mathcal{I}$). La fonction de coût $J_{\mathcal{J}}$ est donnée par :

$$\begin{aligned} J_{\mathcal{J}}(\mathbf{x}(k+N_p|k), \mathbf{u}(k+N_p-1|k)) &= \|\mathbf{x}(k+N_p|k) - \mathbf{x}_f(k)\|_{\tilde{P}}^2 + \\ &+ \sum_{l=1}^{N_p-1} \|\mathbf{x}(k+l|k) - \mathbf{x}_f(k)\|_{\tilde{Q}}^2 + \sum_{l=0}^{N_p-1} \|\mathbf{u}(k+l|k) - \mathbf{u}_f(k)\|_{\tilde{R}}^2 \end{aligned} \quad (4.30)$$

avec le vecteur contenant les positions cibles \mathbf{x}_f , les matrices de pondération $\tilde{P} = \tilde{P}^\top \succ 0, \tilde{Q} = \tilde{Q}^\top \succ 0, \tilde{R} \succ 0$ et l'horizon de prédiction N_p .

Des techniques MIP sont utilisées afin de prendre en compte les contraintes non-convexes du problème (4.29). Avec un abus de notation, les contraintes non convexes du problème d'optimisation (4.29) sont réécrites comme :

$$\mathbf{x}(k+l|k) \notin \mathbb{S}, \quad \mathcal{C}(\mathbb{S}) = \bigcup_{l=1, \dots, n_r} C_l, \quad l = 1, \dots, N_p \quad (4.31)$$

avec n_r le nombre des régions et $\mathbb{S} = \bigcup_{i \in \mathcal{I}} \mathcal{S}_i$ l'union des régions de sécurité (qui sont des ensembles convexes), avec \mathcal{S}_i des ensembles RPI définis par (4.7).

Afin d'éviter les obstacles, la condition suivante doit être vérifiée :

$$E_i \mathbf{x} \notin (\{-\mathcal{S}_i\} \oplus \mathcal{O}_o), \quad i \in \mathcal{I}, o \in \mathcal{I}_o \quad (4.32)$$

Dans ce contexte, l'algorithme suivant permet de formaliser la stratégie de commande prédictive centralisée.

Algorithme 4.1.

- Calculer les régions de sécurité de chaque agent ;
- Calculer la configuration minimale (4.19) ;
- Pour $k = k_1 : k_{max}$
 - Si les régions de sécurité sont identiques
 - Résoudre le problème d'allocation des tâches (4.21) ;
 - Fin ;
 - Calculer la loi de commande optimale \mathbf{u}^* en résolvant (4.29) ;
 - Calculer l'état à l'instant suivant avec (4.28) ;
- Fin.

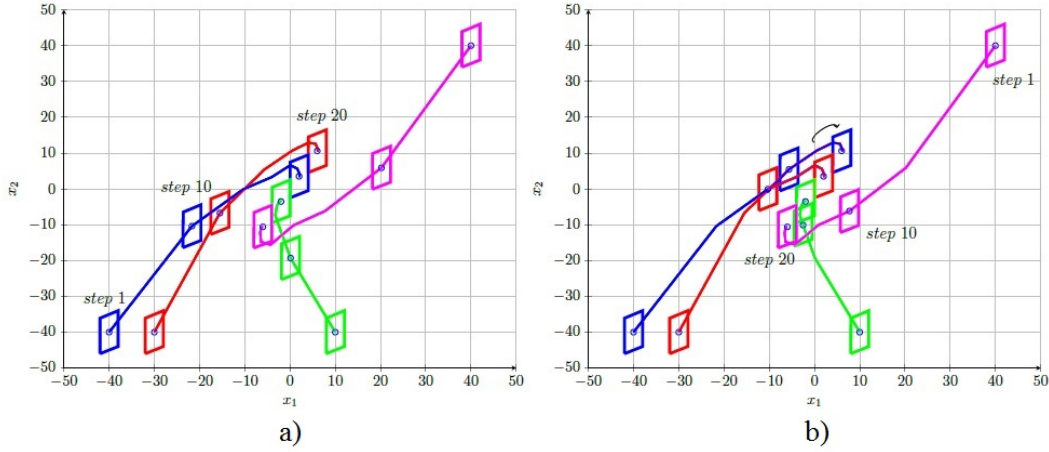


FIGURE 4.7 – Application de la commande prédictive centralisée pour une formation étroite de quatre agents homogènes.

Un exemple d'application de la commande prédictive centralisée est proposé Figure 4.7 pour quatre agents homogènes. Les mêmes dynamiques proposées dans la sous-section 4.2.2 sont utilisées. Pour la commande prédictive, les paramètres de réglage suivants ont été choisis : $\tilde{P} = 5I_8$, $\tilde{Q} = I_8$, $\tilde{R} = I_4$ et $N_p = 2$. La Figure 4.7.a montre l'évolution des agents (régions de sécurité illustrées pour trois instants différents et trajectoires des quatre agents) obtenue en utilisant l'Algorithme 4.1. Avec cet algorithme, les agents arrivent à leurs positions cibles définies dans la sous-section 4.2.2. La Figure 4.7.b

propose une utilisation de l'Algorithme 4.1 sans l'allocation des tâches. Dans ce cas, les positions finales des agents rouge et bleu sont inversées par rapport à la Figure 4.7.a. Cette situation peut être évitée en choisissant un horizon de prédiction plus grand (par exemple $N_p = 8$ dans ce cas), au prix d'une augmentation de la complexité du problème d'optimisation.

Pour un nombre important d'agents, la charge de calcul de l'algorithme de commande prédictive centralisée devient importante, surtout due au nombre de variables binaires ajoutées dans le cadre des techniques MIP. Pour réduire le temps de calcul, des techniques de commande prédictive distribuée seront abordées dans la sous-section suivante.

4.5.2 Commande prédictive distribuée pour MAS

Une loi de commande prédictive distribuée est proposée dans la suite afin de réduire la complexité du problème centralisé. Ainsi, le groupe d'agents est partitionné dans voisinages pour lesquels des solutions locales sont calculées à partir des informations fournies par les voisins. De plus, pour réduire la complexité de la représentation de la région faisable, nous considérons seulement la partie de la région qui est atteignable au long de l'horizon de prédiction des agents d'un certain voisinage.

Dans le cas distribué, le problème d'optimisation est résolu au niveau de chaque voisinage et les résultats sont communiqués à tous les autres voisinages. Généralement, cette procédure est répétée jusqu'à l'obtention d'un consensus.

La dynamique correspondant à un voisinage⁶ \mathcal{N}_i est donnée par :

$$\mathbf{x}_{\mathcal{N}_i}(k+1) = \mathbf{A}_{\mathcal{N}_i}\mathbf{x}_{\mathcal{N}_i}(k) + \mathbf{B}_{\mathcal{N}_i}\mathbf{u}_{\mathcal{N}_i}(k), \quad i \in \mathcal{I} \quad (4.33)$$

avec le vecteur d'état $\mathbf{x}_{\mathcal{N}_i} = [\dots x_j^\top \dots]^\top \in \mathcal{X}_{\mathcal{N}_i} \subset \mathbb{R}^{\mathcal{N}_i n_x}$, $j \in \mathcal{N}_i$, le vecteur d'entrée $\mathbf{u}_{\mathcal{N}_i} = [\dots u_j^\top \dots]^\top \in \mathcal{U}_{\mathcal{N}_i} \subset \mathbb{R}^{\mathcal{N}_i n_u}$ et les matrices $\mathbf{A}_{\mathcal{N}_i} = \text{diag}(\dots, A_j, \dots)$ et $\mathbf{B}_{\mathcal{N}_i} = \text{diag}(\dots, B_j, \dots)$ de dimensions appropriées, respectant l'hypothèse de commandabilité. Ainsi, les agents appartenant au voisinage \mathcal{N}_i sont représentés par $\mathbf{x}_{\mathcal{N}_i} \in \mathcal{X}_{\mathcal{N}_i}$, $\mathbf{u}_{\mathcal{N}_i} \in \mathcal{U}_{\mathcal{N}_i}$ et les agents à l'extérieur de ce voisinage sont représentés par $\mathbf{x}_{\mathcal{I} \setminus \mathcal{N}_i} \in \mathcal{X}_{\mathcal{I} \setminus \mathcal{N}_i}$, $\mathbf{u}_{\mathcal{I} \setminus \mathcal{N}_i} \in \mathcal{U}_{\mathcal{I} \setminus \mathcal{N}_i}$.

Avec ces notations, le problème de commande prédictive distribuée peut se formuler de la manière suivante :

⁶Nous considérons l'ensemble $\mathcal{N} = \bigcup_i \mathcal{N}_i$ comme la réunion des voisinages disjoints \mathcal{N}_i , qui en plus permet de couvrir tout l'ensemble \mathcal{I} contenant les indices de tous les agents de la formation.

$$\begin{aligned}
\mathbf{u}_{\mathcal{N}_i}^* &= \arg \min_{\mathbf{u}_{\mathcal{N}_i}(k|k), \dots, \mathbf{u}_{\mathcal{N}_i}(k+k+N_p-1)} \sum_{l=0}^{N_p-1} J_{\mathcal{J} \setminus \mathcal{N}_i}(\mathbf{x}_{\mathcal{N}_i}(k+l|k), \mathbf{u}_{\mathcal{N}_i}(k+l|k)) \\
&\text{sous les contraintes :} \\
\mathbf{x}_{\mathcal{N}_i}(k+l+1|k) &= \mathbf{A}_{\mathcal{N}_i} \mathbf{x}_{\mathcal{N}_i}(k+l|k) + \mathbf{B}_{\mathcal{N}_i} \mathbf{u}_{\mathcal{N}_i}(k+l|k), \quad l = 0, \dots, N_p - 1 \\
\mathbf{x}_{\mathcal{N}_i}(k+l|k) &\in \mathcal{C}(\mathbb{S})|_{\mathcal{X}_{\mathcal{J} \setminus \mathcal{N}_i}}, \quad l = 1, \dots, N_p
\end{aligned} \tag{4.34}$$

où la région de faisabilité caractérisant $\mathbf{x}_{\mathcal{N}_i}$ est définie comme :

$$\mathcal{C}(\mathbb{S})|_{\mathcal{X}_{\mathcal{J} \setminus \mathcal{N}_i}} = \bigcup_{l=1, \dots, n_r} C_l|_{\mathcal{X}_{\mathcal{J} \setminus \mathcal{N}_i}} \tag{4.35}$$

avec $C_l|_{\mathcal{X}_{\mathcal{J} \setminus \mathcal{N}_i}} = \{\mathbf{x}_{\mathcal{N}_i} : \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{\mathcal{N}_i} \\ \mathbf{x}_{\mathcal{J} \setminus \mathcal{N}_i} \end{bmatrix} \in C_l, \forall \mathbf{x}_{\mathcal{N}_i} \in \mathcal{X}_{\mathcal{N}_i}\}.$

La fonction de coût $J_{\mathcal{J} \setminus \mathcal{N}_i}(\mathbf{x}_{\mathcal{N}_i}(k+l|k), \mathbf{u}_{\mathcal{N}_i}(k+l|k))$ est donnée par :

$$\begin{aligned}
&\min J(\mathbf{x}_{\mathcal{J}}(k+l|k), \mathbf{u}_{\mathcal{J}}(k+l|k)) \\
&\mathbf{u}_{\mathcal{J} \setminus \mathcal{N}_i}(k+l|k) \in \mathcal{U}_{\mathcal{J} \setminus \mathcal{N}_i} \\
&\mathbf{x}_{\mathcal{J} \setminus \mathcal{N}_i}(k+l|k) \in \mathcal{X}_{\mathcal{J} \setminus \mathcal{N}_i}
\end{aligned} \tag{4.36}$$

Plusieurs détails sur le calcul des partitionnes de la région de faisabilité, ainsi que sur le choix de la fonction de coût sont proposées en [75], [66].

L'algorithme suivant regroupe les étapes essentielles d'élaboration d'une loi commande prédictive distribuée pour des systèmes multi-agents.

Algorithme 4.2.

- Calculer les cellules faisables C_l via (4.31), en partitionnant la région de faisabilité décrite par les conditions d'évitement d'obstacles (4.10) ;
- Tandis que $k < k_{max}$
 - Pour chaque voisinage $\mathcal{N}_i \subset \mathcal{N}$
 - Calculer $\mathcal{X}_{\mathcal{N}_i}$ et $\mathcal{U}_{\mathcal{N}_i}$;
 - Construire la région de faisabilité $\mathcal{C}(\mathbb{S})|_{\mathcal{X}_{\mathcal{J} \setminus \mathcal{N}_i}}$;
 - Réécrire $\mathcal{C}(\mathbb{S})|_{\mathcal{X}_{\mathcal{J} \setminus \mathcal{N}_i}}$ dans la formulation MIP ;
 - Résoudre le problème d'optimisation (4.34) ;
 - Fin ;
- $k = k + 1$;
- Fin.

Dans la suite, un autre aspect des techniques distribuées est analysé. Généralement, les approches distribuées nécessitent plusieurs itérations entre les agents pendant les pas consécutifs d'échantillonnage. Ces itérations peuvent s'arrêter après un nombre prédéfini d'itérations ou si les agents sont arrivés à un consensus. Dans les travaux de [75], [66], une implémentation hiérarchisée qui permet d'éviter par construction la vérification de consensus est proposée. Cette approche est illustrée par la Figure 4.8 qui présente les itérations (i.e. négociations) des trois agents hétérogènes entre l'instant k (Figure 4.8.a) et l'instant $k + 1$ (Figure 4.8.e). Pour simplifier, chaque agent est considéré comme son propre voisinage. La Figure 4.8.b montre le résultat du problème d'optimisation (4.34) pour le voisinage (ici l'agent 1) \mathcal{N}_1 . Ainsi, les autres agents restent fixes, tandis que l'agent 1 change sa position. La procédure est répétée Figures (4.34).c,d pour les autres voisinages (agents). L'agent 2 trouve une meilleure position (Figure (4.34).c) qui respectent également les conditions initiales (Figure (4.34).a) et les conditions mises à jour (Figure (4.34).b). A l'instant $k + 1$ (Figure (4.34).e), tous les agents ont changé leur position, en respectant les contraintes.

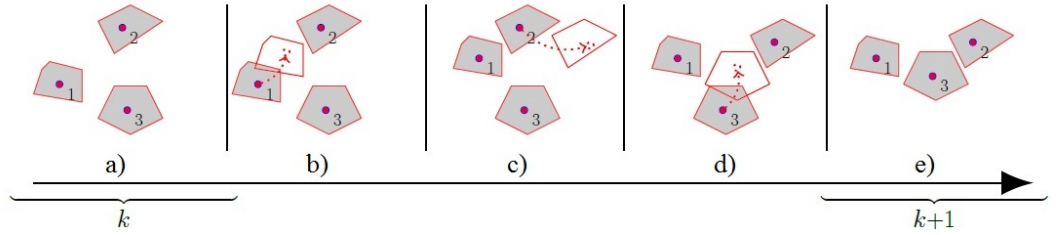


FIGURE 4.8 – Exemple d'une approche distribuée hiérarchisée.

Pour les formations contenant de nombreux agents, la complexité des approches distribuées reste importante. Des approches de commande prédictive décentralisée permettant de réduire la charge de calcul sont proposées dans la suite.

4.5.3 Commande prédictive décentralisée pour MAS

Un premier essai pour réduire la complexité du problème de commande prédictive centralisée a été l'utilisation des techniques distribuées qui permettent de décomposer le problème en sous-problèmes et résoudre ces sous-problèmes plus simples jusqu'à trouver un consensus. Dans la suite, afin de diminuer la complexité du problème distribué, nous faisons l'hypothèse que les agents

ne cherchent pas à obtenir un consensus. Cela se traduit par une approche décentralisée, où chaque agent a sa propre loi de commande, avec un échange minimal d'informations avec les autres agents. Une première approche décentralisée que nous avons proposée [70] impose des priorités aux agents, par exemple des configurations de type leader-suiveur ("leader-follower"). Une deuxième approche décentralisée à base de champ de potentiel attractif ou répulsif est également explorée [74], [73].

4.5.3.1 Approche décentralisée à base des priorités

Une manière simple de réduire la charge de calcul par une approche décentralisée [70] est de ne pas prendre en compte des contraintes d'évitement des collisions dans le problème d'optimisation. Cela peut se faire en imposant a priori des priorités aux agents, par exemple comme montré Figure 4.9. Ainsi l'agent numéro 1 doit suivre une trajectoire, tandis que les autres agents restent autour de lui à une distance pré-imposée. Dans cette figure, les agents (considérés homogènes ici) sont représentés par des points entourés par leurs régions de sécurité. En pointillé, nous avons représenté les couloirs permis pour le déplacement de chaque agent autour de l'agent central.

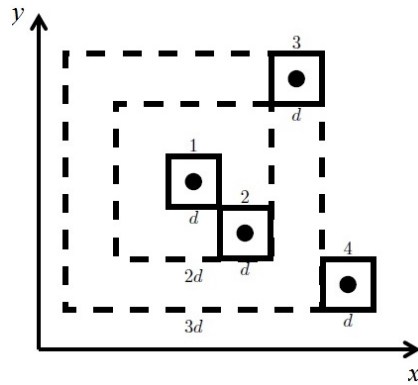


FIGURE 4.9 – Contraintes de priorité imposées dans une approche décentralisée.

Même si en pratique cette approche semble marcher assez bien, l'inconvénient est que la formation ne peut pas être étroite. Une nouvelle approche à base de champ de potentiel est proposée dans la sous-section suivante.

4.5.3.2 Approche décentralisée à base de champ de potentiel

Cette approche de commande prédictive décentralisée à base de champ de potentiel permet de synthétiser une loi de commande uniquement à partir des informations locales au sein de la formation d'agents. L'évitement des collisions se fait à l'aide des champs de potentiel répulsifs. Les champs de potentiel attractifs permettent de garder les agents en formation. L'utilisation des champs de potentiel permet de réduire la complexité de calcul par rapport aux techniques précédentes à base de MIP, en revanche la preuve de stabilité reste difficile.

Plusieurs méthodes pour éviter les collisions en utilisant des champs de potentiel existent dans la littérature : par exemple des approches à base de gradient [39], des approches à base de fonctions de navigation [79] (qui, de plus, ont l'avantage d'éviter les minima locaux et l'inconvénient d'une charge importante de calcul).

Dans la suite nous allons considérer une méthode qui permet de combiner la commande prédictive décentralisée (utilisant les informations locales sur les voisins) et la méthode de champ de potentiel. Cette approche s'inscrit également dans le cadre des approches de type leader-suiveur. Dans ce cas, le leader suit la trajectoire et les suiveurs maintiennent la formation autour du leader.

La loi de commande prédictive pour le leader peut être formulée de la manière suivante :

$$\begin{aligned}
 u_L^* &= \arg \min_{u_L} J_L(x_L(k + N_{p,L}|k), u_L(k + N_{p,L} - 1|k)) \\
 &\text{sous les contraintes :} \\
 x_L(k + l + 1|k) &= A_L x_L(k + l|k) + B_L u_L(k + l|k), \quad l = 0, \dots, N_{p,L} - 1 \\
 x_L(k + l|k) &\in \mathcal{X}_L, \quad l = 1, \dots, N_{p,L} \\
 u_L(k + l|k) &\in \mathcal{U}_L, \quad l = 1, \dots, N_{p,L}
 \end{aligned} \tag{4.37}$$

avec l'indice L utilisé pour désigner le leader de la formation et l'horizon de prédiction pour le leader $N_{p,L}$. Le critère J_L est donné par :

$$\begin{aligned}
 J_L(x_L(k + N_{p,L}|k), u_L(k + N_{p,L} - 1|k)) &= \|x_L(k + N_{p,L}|k)\|_{\tilde{P}}^2 + \\
 &+ \sum_{l=1}^{N_{p,L}-1} \|x_L(k + l|k)\|_{\tilde{Q}}^2 + \sum_{l=0}^{N_{p,L}-1} \|u_L(k + l|k)\|_{\tilde{R}}^2
 \end{aligned} \tag{4.38}$$

avec les matrices de pondération $\tilde{P} = \tilde{P}^\top \succ 0$, $\tilde{Q} = \tilde{Q}^\top \succ 0$ et $\tilde{R} \succ 0$.

La loi de commande pour les suiveurs est calculée comme :

$$\begin{aligned}
\mathbf{u}^* &= \arg \min_{\mathbf{u}_i} \sum_{l=0}^{N_{p,F}-1} V_i(p_i(k+l|k), v_i(k+l|k)) \\
&\text{sous les contraintes :} \\
&x_i(k+l+1|k) = A_i x_i(k+l|k) + B_i u_i(k+l|k), \quad l = 0, \dots, N_{p,F} - 1 \\
&x_i(k+l|k) \in \mathcal{X}_L, \quad l = 1, \dots, N_{p,F} \\
&u_i(k+l|k) \in \mathcal{U}_L, \quad l = 1, \dots, N_{p,F}
\end{aligned} \tag{4.39}$$

où l'indice F désigne les suiveurs, $N_{p,F}$ est l'horizon de prédiction des suiveurs.

La fonction de potentiel $V_i(p_i, v_i)$ (en fonction de la position p_i et de la vitesse v_i) est donnée par :

$$V_i(p_i, v_i) = \beta_r V_{i,r}(p_i) + \beta_a V_{i,a}(p_i, v_i), \quad \forall i \in \mathcal{N}_i \tag{4.40}$$

avec β_r, β_a des coefficients de pondération.

Les potentiels répulsifs de l'agent i par rapport à ses voisins j sont notés par $V_{i,r}(p_i) = \sum_{j \in \mathcal{N}_i} V_{ij,r}(p_i)$. Plusieurs choix sont possibles pour $V_{ij,r}(p_i)$, $i \neq j$, $i \neq L$, par exemple une formulation à l'aide d'une fonction polyédrale ⁷ [12] :

$$V_{ij,r}(p_i) = c_1 e^{-(\mu(p_i) - c_2)^2}, \quad \text{où } \mu(x) = F_i x, \quad \forall x \in \mathcal{X}_i, \quad i \in \mathcal{N}_i \tag{4.41}$$

ou à l'aide d'une fonction somme ("sum function") [16] :

$$V_{ij,r}(p_i) = \frac{c_1}{(c_2 + \psi_{ij}(p_i))^2}, \quad \text{où } \psi_{ij}(x) = \sum_{i=1}^{\mathcal{N}_i} (h_i x - k_i + |h_i x - k_i|), \quad \forall x \in \mathcal{X}_i \tag{4.42}$$

avec $c_1, c_2 > 0$ des constantes. Les Figures 4.10a, b montrent une fonction polyédrale avec respectivement un potentiel répulsif construit à base d'une fonction polyédrale. Une fonction de type "sum function" est représentée Figure 4.11.a et un potentiel répulsif construit à l'aide de cette fonction est proposé Figure 4.11.b.

⁷Un ensemble convexe borné \mathcal{S} induit une *fonction de Minkowski* $\mu(x) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ définie comme $\mu(x) = \inf \{\alpha \in \mathbb{R}_+ : x \in \alpha \mathcal{S}\}$. Une *fonction polyédrale* $\mu(x) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, avec $\mu(x) = \|Fx\|_\infty$, est une fonction Minkowski de l'ensemble polyédral convexe borné $\mathcal{S} = \{x \in \mathbb{R}^n : h_i x < k_i, i = 1, \dots, N\}$, avec la matrice $F \in \mathbb{R}^{N \times n}$ de type "full column matrix" donnée par $F_i = h_i/k_i, i = 1, \dots, N$.

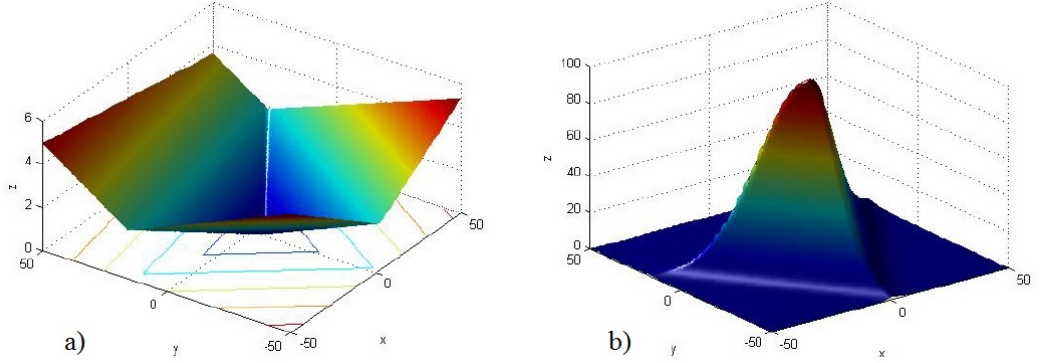


FIGURE 4.10 – Exemple d’un potentiel répulsif à base de fonction polyédrale.

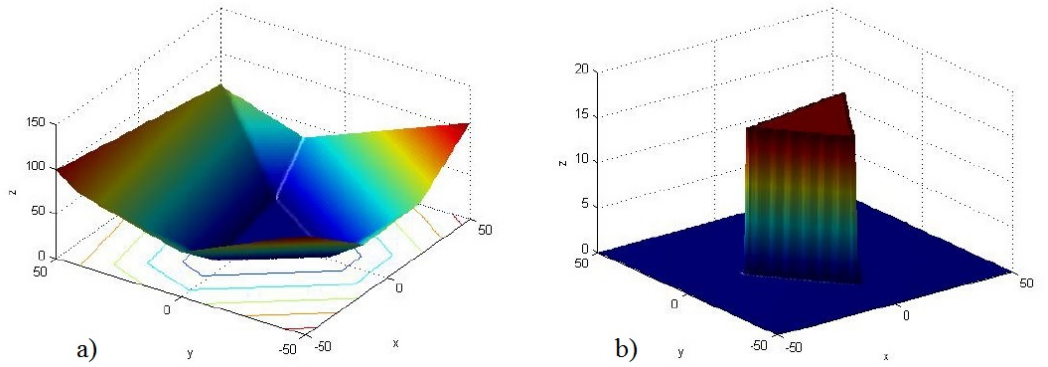


FIGURE 4.11 – Exemple d’un potentiel répulsif à base de “sum function”.

Les potentiels attractifs donnés par $V_{i,a}(p_i, v_i) = \sum_{j \in \mathcal{N}_i} V_{ij,a}(p_i, v_i) + \|p_L - p_i\|$, $\forall i \in \mathcal{N}_i$ with $i \neq L$, permettent aux agents suiveurs de rester dans une formation et, en même temps, de suivre le leader. Parmi les choix possibles, nous avons considéré :

$$V_{ij,a}(p_i, v_i) = \log(\psi^2(p_i)) + \beta_v(v_i - v_j) \quad (4.43)$$

avec β_r une pondération pour laquelle les vitesses des agents se synchronisent.

Dans les techniques à base de champ de potentiel, le réglage des paramètres est important. Dans la pratique, les constantes c_1 , c_2 et β_r sont choisies

entre 0,1 et 1, tandis que les constants β_a et β_v sont plutôt choisies de entre 10 et 20. Une analyse de choix de ces paramètres est proposée par [107], [5].

L'application des techniques de commande prédictive pour des systèmes multi-agents est illustrée dans la section suivante.

4.6 Applications

Cette section regroupe plusieurs simulations, ainsi que des applications réelles sur des drones, en utilisant les techniques proposées dans ce chapitre.

4.6.1 Simulations dans le cadre des systèmes multi-agents

Considérons un groupe de trois agents homogènes représentés par (4.1), où chaque agent est un double intégrateur avec les matrices A_i et B_i données par :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\frac{a_i}{m_i} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{a_i}{m_i} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{1}{m_i} & 0 \\ 0 & \frac{1}{m_i} \end{bmatrix}, \quad i = 1, 2, 3 \quad (4.44)$$

où $m_i = 60\text{kg}$ est la masse⁸, $a_i = 3\text{Ns/m}$ est le coefficient d'amortissement de l'agent i . Le vecteur d'état est composé des positions et des vitesses. Nous considérons également des perturbations bornées par $|\omega_i| < [0, 5\text{m/s} \ 0, 3\text{m/s} \ 0, 5\text{m/s}^2 \ 0, 2\text{m/s}^2]^\top$. Une période d'échantillonnage de $T_e = 0, 1\text{s}$ est utilisée.

Considérons d'abord une commande prédictive centralisée (4.29) de ces trois agents, avec un horizon de prédiction $N_p = 3$ et les pondérations suivantes $\tilde{P} = 500\text{diag}(I_2, O_2, I_2, O_2, I_2, O_2)$, $\tilde{Q} = 10\text{diag}(I_2, O_2, I_2, O_2, I_2, O_2)$, $\tilde{R} = I_3$. La Figure 4.12 montre le suivi d'une trajectoire aux différents instants, en tenant compte d'évitement des collisions. En régime permanent, le centre de masse de la formation suit la trajectoire imposée, les trois agents restant dans une formation étroite. La formation n'a pas un comportement de type leader-suiveur, les agents pouvant changer de place dans la formation au long de la trajectoire. Les contraintes d'évitement des collisions sont également respectées.

La Figure 4.13 montre le suivi de trajectoire avec évitement des collisions et contraintes supplémentaires sur la vitesse minimale ($v_{\min} = 8\text{m/s}$) des

⁸Ce modèle est utilisé dans les applications de flux de piétons [26].

agents. Dans ce cas, les agents se réorganisent, la formation n'est pas aussi serrée que dans le cas précédent. Le centre de masse, noté par un *, suit la trajectoire. De plus, si la vitesse des agents est supérieure à la vitesse du centre de masse de la formation, les agents suivent la trajectoire en tournant par rapport au centre de masse.

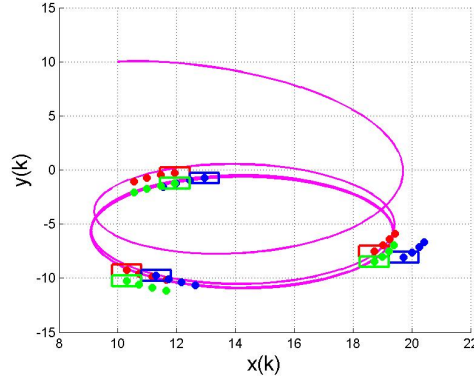


FIGURE 4.12 – Approche centralisée : suivi de trajectoire avec évitement des collisions.

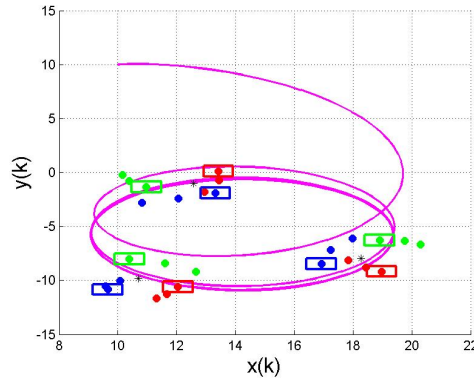


FIGURE 4.13 – Approche centralisée : suivi de trajectoire avec évitement des collisions et contraintes sur la vitesse.

Considérant l'approche décentralisée à base des priorités, une nouvelle formation est obtenue Figure 4.14. Dans ce cas, l'agent bleu suit la trajectoire (avec un rôle de leader), suivi par l'agent rouge et plus loin par l'agent vert. Les contraintes de priorité imposées de manière similaire que dans la Figure

4.9 sont respectées. Un horizon de prédiction $N_p = 2$ a été utilisé pour cette approche. Un horizon plus large augmentera le temps de calcul à cause des contraintes à prendre en compte.

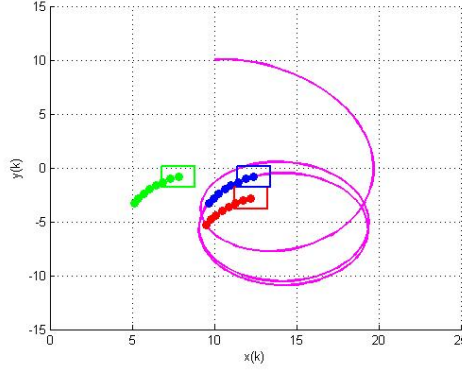


FIGURE 4.14 – Approche décentralisée : suivi de trajectoire avec évitement des collisions.

Considérons maintenant une commande décentralisée à base de champ de potentiel appliquée à un groupe de cinq agents représentés par (4.1), avec les matrices A_i et B_i , où $i = 1, \dots, 5$, données par (4.44), les masses $m_1 = 45\text{kg}$, $m_2 = 60\text{kg}$, $m_3 = 30\text{kg}$, $m_4 = 50\text{kg}$, $m_5 = 75\text{kg}$ et les coefficients d'amortissement $a_1 = 15\text{Ns/m}$, $a_2 = 20\text{Ns/m}$, $a_3 = 18\text{Ns/m}$, $a_4 = 35\text{Ns/m}$, $a_5 = 23\text{Ns/m}$. Un horizon de prédiction pour le leader égal à $N_{p,L} = 10$ et un horizon de prédiction pour les suiveurs de $N_{p,F} = 2$ sont choisis. Le choix des horizons de prédiction permet de favoriser le suivi de trajectoire par le leader. Un horizon de prédiction très large pour les suiveurs augmente la charge de calcul de façon significative. Un rayon de $r = 8\text{m}$ est considéré pour le voisinage. Les pondérations suivantes ont été choisies : $\beta_r = 1$, $\beta_a = 10$, $c_1 = 1$, $c_2 = 0,25$, $\beta_v = 15$, avec la fonction $V_{ij,r}(p_i)$ donnée par (4.42) et représentée Figure 4.15.

La Figure 4.16 permet d'illustrer la trajectoire de référence (en rouge), la trajectoire du leader (en bleu), le leader (le point rouge) et les suiveurs (en magenta) avec leurs régions de sécurité. Les positions des agents sont représentées à trois instants différents. Nous pouvons remarquer que le leader suit la trajectoire, en restant en formation avec les autres agents. La formation ne garde pas la même forme à chaque instant.

Dans la suite, nous allons ajouter un obstacle fixe dans l'environnement des cinq agents (voir Figure 4.17). Nous ajoutons également des points de passage intermédiaire (en bleu) entre le point de départ A et le point d'arri-

vée B. Nous pouvons remarquer que la trajectoire plate bleu ne permet pas d'éviter l'obstacle. Pour cela, un point de passage supplémentaire est ajouté et une nouvelle trajectoire plate (en rouge) est calculée. Le leader suit la nouvelle trajectoire (trois instants sont représentés Figure 4.17), accompagné par les suiveurs.

Plusieurs détails sur ces exemples se trouvent dans [66], [74], [73].

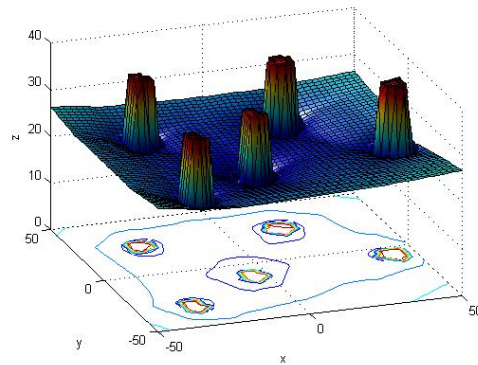


FIGURE 4.15 – Champ de potentiel des cinq agents.

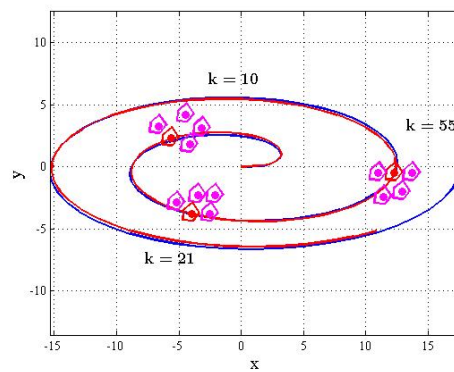


FIGURE 4.16 – Approche décentralisée – méthode de champ de potentiel : suivi de trajectoire avec évitement des collisions.

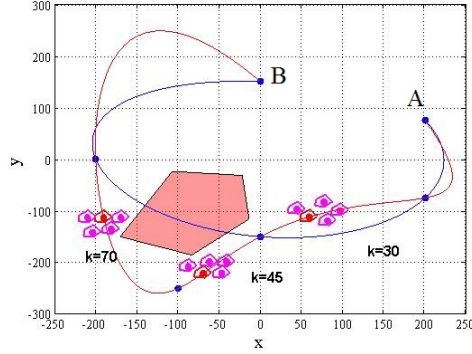


FIGURE 4.17 – Approche décentralisée – méthode de champ de potentiel : suivi de trajectoire avec évitement des collisions entre les agents et par rapport à un obstacle fixe.

4.6.2 Application à la commande des drones

Différentes études théoriques proposées dans ce chapitre ont été validées par des applications réelles sur des drones effectuées par I. Prodan dans le cadre de sa thèse, en collaboration avec Université de Porto. Les résultats obtenus ont fait l'objet de deux publications [67], [68]. Plusieurs type de drones appartenant à l'Université de Porto ont été testés : “Cularis” (voir Figure 4.18.a), “Alpha 06” (voir Figure 4.18.b, à gauche), “Pilatos 03” (voir Figure 4.18.b, à droite). Pour chaque drone testé, l'objectif a été de générer une trajectoire à partir d'un point de départ, un point d'arrivée et des points de passage intermédiaires imposés par le cahier de charge, en utilisant des techniques fondées sur la platitude différentielle, et ensuite d'appliquer une loi de commande prédictive permettant de suivre cette trajectoire.

Un modèle 2D non-linéaire avec 3-DOF (degrés de liberté) pour une altitude fixée [10] a été utilisé pour les drones :

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= V_a(t) \cos \Psi(t) + W_x(t) \\ \dot{y}(t) &= V_a(t) \sin \Psi(t) + W_y(t) \\ \dot{\Psi} &= \frac{g \tan \Phi(t)}{V_a(t)}\end{aligned}\tag{4.45}$$

Les variables d'état représentent les coordonnées de la position ($x(t)$ et $y(t)$) et l'angle de lacet (“yaw angle” $\Psi(t) \in [0, 2\pi]$ rad). Les signaux d'entrée sont la vitesse par rapport à l'air ($V_a(t)$) et l'angle de roulis (“roll angle” $\Phi(t)$). W_x et W_y représentent les composantes de la vitesse du vent sur les axes x et y .



FIGURE 4.18 – Drones utilisés pendant les tests – Université de Porto.

L'objectif consiste à implanter une loi de commande prédictive pour le suivi de trajectoire. Des linéarisations hors ligne (de premier ordre) de ce modèle ont été utilisées au long de la trajectoire plate (voir [67] et [68] pour plus de détails). Connaissant la trajectoire de référence, un problème d'optimisation en temps réel permettant de minimiser l'erreur de poursuite a été résolu, à base de prédiction de l'évolution future du système.

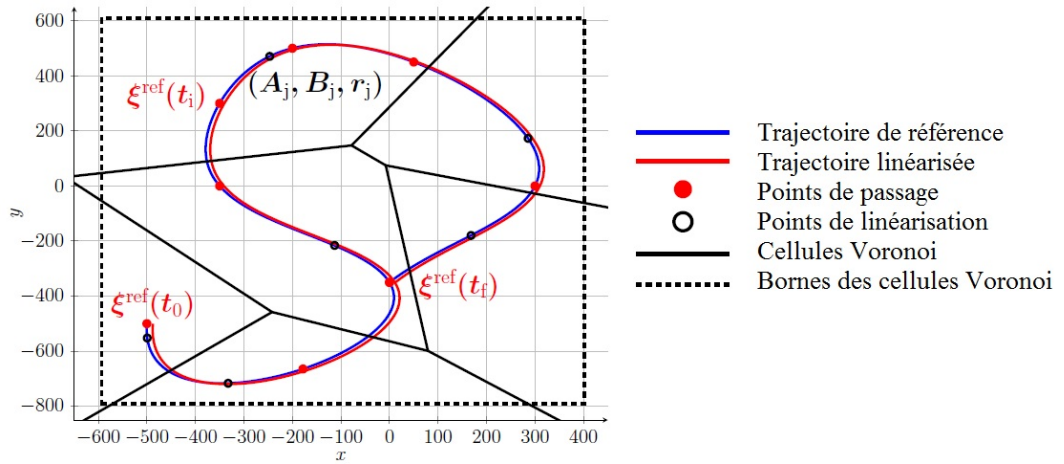


FIGURE 4.19 – Trajectoire réelle et trajectoire linéarisée.

Un ensemble des points pour lesquels des approximations linéaires ont été calculés a été considéré au long de la trajectoire de référence. Afin de sélectionner les points de linéarisation (voir Figure 4.19) pour les valeurs courantes des entrées/états, l'espace d'état a été divisé en partitions Voronoi. Ainsi, les

centres de ces partitions ont été choisis comme points de linéarisation. Cette procédure permettant de minimiser l'erreur entre la trajectoire de référence et la trajectoire linéarisée est illustrée Figure 4.19.

La prochaine étape consiste à calculer une loi de commande prédictive pour ce système en commutation (entre les paires A_j, B_j, r_j Figure 4.19) qui stabilise le système dans toutes les régions considérées, sous l'hypothèse qu'il existe une fonction de Lyapunov commune (ou une fonction de Lyapunov affine par morceaux [34]).

Plusieurs détails pratiques sur l'implantation des lois de commande sur ces drones (configuration du système, architecture matérielle ("hardware"), architecture logicielle ("software"), aspects liés à la communication air-sol etc.) sont données en [66].

Dans la suite nous allons présenter les résultats obtenus avec le drone Alpha6 (2,8m d'envergure, 2h30 d'autonomie). Les entrées de commande sont bornées par $V_a \in [18; 25]\text{m/s}$ et $\Phi \in [-0, 43; 0, 43]\text{rad}$, pour une variation de V_a comprise entre $0, 1\text{m/s}^2$ et $0, 2\text{m/s}^2$ une variation de Φ comprise entre $0, 5\text{rad/s}$ et $1, 1\text{rad/s}$. Le vol a été effectué à 150m d'altitude. Une période d'échantillonnage de 0,1s a été choisie. Les points de passage suivants ont été choisis (0; 600)m, (300; 0)m, (0; -600)m, (-300; -600)m, (-600; -300)m et (-300; 0)m (en rouge, Figure 4.20). Des perturbations ont été introduites par le vent (de direction de l'ouest, avec une vitesse de 5,83m/s). Les paramètres de réglage suivants ont été choisis pour la commande prédictive : un horizon

de prédiction $N_p = 7$ et les pondérations $\tilde{P} = \begin{bmatrix} 1000 & 0 & 0 \\ 0 & 1000 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1 \end{bmatrix}$, $\tilde{Q} = \begin{bmatrix} 100 & 0 & 0 \\ 0 & 100 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1 \end{bmatrix}$, $\tilde{R} = \begin{bmatrix} 10^6 & 0 \\ 0 & 10^5 \end{bmatrix}$.

La Figure 4.20.a illustre la trajectoire de référence (en bleu) qui passe par les 6 points de passage imposés (en rouge) et la trajectoire réelle (en vert pointillé) qui suit de manière satisfaisante la référence, malgré la présence des perturbations introduites par le vent, le caractère non-linéaire du système, les approximations introduites par les linéarisations du système et de la trajectoire, les limitations physiques, les pertes/retards de communication etc. Les signaux de commande nominaux (en vert pointillé) et réelle (en rouge pointillé) – V_a (Figures 4.20.b) et Ψ (Figures 4.20.c) – restent la plupart du temps dans les plages admissibles.

La Figure 4.21 montre la trajectoire de référence en 3D (en rouge), avec les points de passage (marqués par des signes '+') et la trajectoire réelle de l'Alpha06 (en vert pointillé). La projection au sol est également illustrée (en magenta).

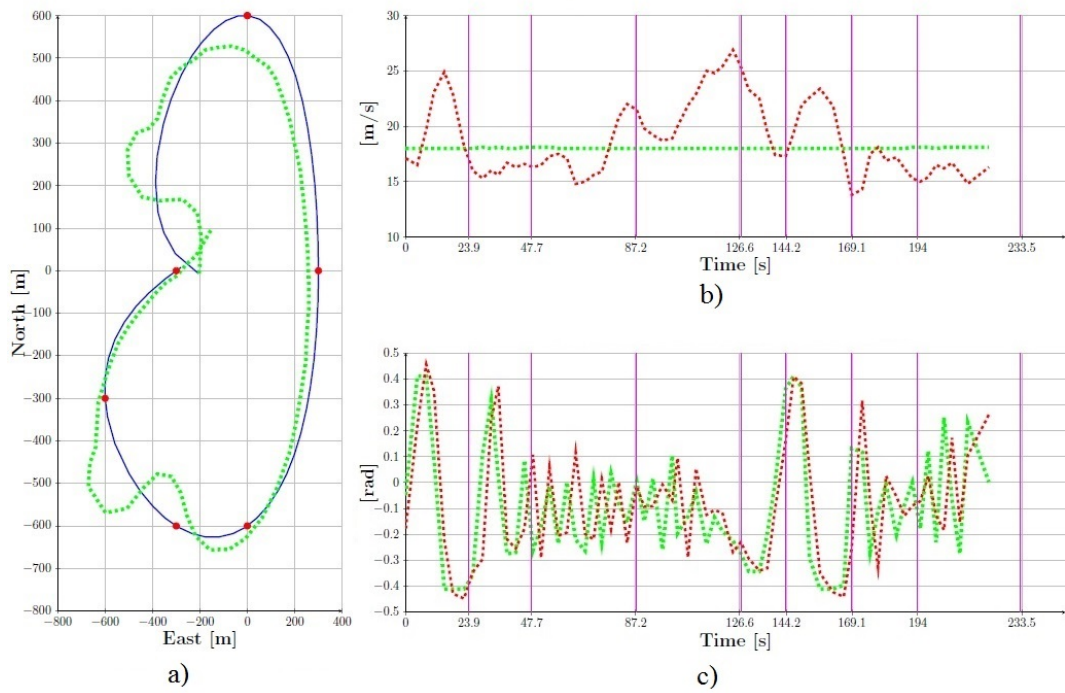


FIGURE 4.20 – Signaux de commande, trajectoire de référence et trajectoire réelle de l'Alpha06.

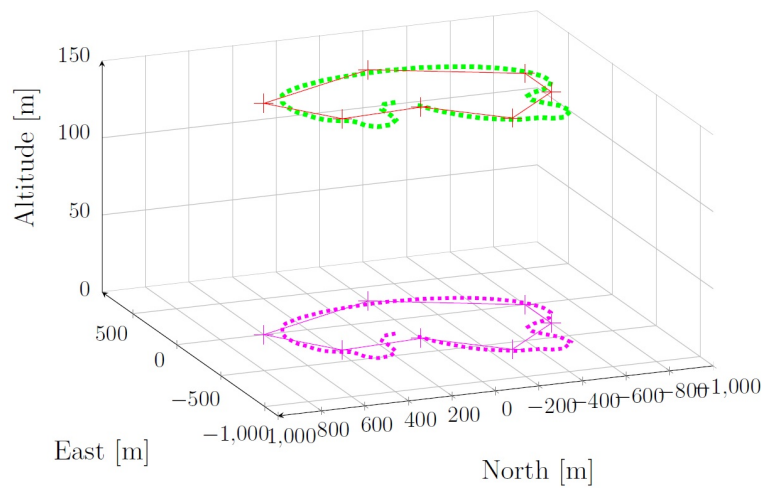


FIGURE 4.21 – Trajectoire de référence et trajectoire réelle en 3D de l'Alpha06.

Plus de détails, ainsi que les résultats obtenus avec les autres drones testés à Porto ont été publiés en [68] et [66].

Parmi les problèmes identifiés au niveau des tests, l'étude de l'influence des retards/pertes de communication est envisagé dans le cadre d'une nouvelle thèse démarrée en Octobre 2013. Une meilleure estimation de la vitesse du vent est également nécessaire afin de diminuer l'incertitude du modèle de prédiction. Des techniques d'estimation ensembliste proposées dans le Chapitre 3 peuvent faire l'objet d'une telle étude.

Une autre perspective intéressante est la validation des algorithmes proposés de commande coopérative sur une formation de plusieurs véhicules.

4.7 Conclusions et perspectives

Ce chapitre a proposé une étude des lois de commande prédictive appliquées aux systèmes de type multi-agents. Les agents ont été considérés comme des systèmes dynamiques, avec une région de sécurité autour d'eux.

Une partie de ce chapitre est dédiée à la génération de trajectoire via des techniques à base de platitude différentielle. Ensuite, une allocation optimale des tâches est analysée afin que chaque agent se retrouve au bon endroit avec une minimisation de son énergie. Le cas des formations étroites a été également analysé.

Un autre aspect traité a été la prise en compte des contraintes anticollision à la fois entre les agents (contraintes dynamiques) et avec les éventuels obstacles (contraintes statiques). Des contraintes supplémentaires sur la vitesse de déplacement des agents ont également été considérées. Toutes ces contraintes conduisent à un problème d'optimisation non convexe. En utilisant des techniques à base de programmation mixte en nombres entiers (MIP), la complexité du problème initial a été réduite.

Plusieurs lois de commande prédictive ont été développées pour les systèmes multi-agents. D'abord une loi de commande prédictive centralisée à base de techniques MIP a été proposée pour une formation d'agents en présence des perturbations bornées et de différentes contraintes. Afin de réduire la charge de calcul, une nouvelle commande prédictive distribuée a été ensuite développée. La complexité de ce problème reste importante pour les systèmes contenant de nombreux agents. Afin de réduire encore plus la complexité, deux techniques de commande prédictive décentralisée ont été proposées : une technique à base de priorités (qui ne permet pas d'obtenir des formations étroites) et une technique à base de champ de potentiel (qui utilise des informations locales au sein de la formation). La technique à base de champ de potentiel permet de limiter les calculs, en revanche la preuve de stabilité

s'avère difficile.

Les techniques développées pour la commande coopérative ont été testées en simulation. Une application de certains concepts sur de véhicules aériens sans pilote (UAVs) a été également proposée.

Dans les travaux futurs, un nouveau degré de liberté sera ajouté à ces problèmes : la détection des défauts et la commande prédictive tolérantes aux défauts pour des systèmes multi-agents (par exemple vis-à-vis des pertes de communication). Une piste applicative consiste à faire voler plusieurs drones en formation afin de valider toutes les théories développées au cours de ces travaux de recherche, en collaboration avec l'équipe portugaise.

Troisième partie

Projet de recherche

Chapitre 5

Travaux en cours et perspectives

Cette partie regroupe les travaux effectués pendant le co-encadrement de trois thèses en cours, ainsi que les développements futurs.

5.1 Perspectives à court terme

Les projets à court terme sont liés aux travaux théoriques récents effectués principalement dans trois directions :

1. Approches par observateur ensembliste pour la détection de défauts et commande prédictive tolérante aux défauts ;
2. Détection des défauts de systèmes multi-agents et commande coopérative tolérante aux défauts ;
3. Analyse de stabilité de systèmes de type *Système de Systèmes* (SoS).

Des applications des approches théoriques et méthodologiques à des systèmes réels sont également envisagées, afin de valider les résultats théoriques.

5.1.1 Observateur ensembliste mixte fondé sur des ensembles ellipsoïdaux et zonotopiques

Le point de départ de cette approche est l'estimation d'état faisant appel à des ensembles zonotopiques, notamment l'approche fondée sur la minimisation hors ligne du P -rayon d'un zonotope. Dans le Chapitre 3, nous avons constaté que cette approche permet de gérer le compromis entre la précision obtenue par la minimisation du volume d'un zonotope et la complexité réduite offerte par la méthode minimisant les segments des zonotopes. Malgré

tout, des premiers résultats issus de la “communauté des ensembles ellipsoïdaux” tendent à montrer qu’il est encore possible de réduire le temps de calcul en utilisant des ensembles ellipsoïdaux. Ainsi, nous proposons une première approche “mixte” zonotopes-ellipsoïdes qui permettra de gérer le compromis entre la précision (propre aux zonotopes) et la complexité réduite (propre aux ellipsoïdes). Les premiers résultats obtenus ont été publiés dans [7].

Le cadre général est toujours constitué de l’estimation d’état des systèmes LTI à temps discret, avec des perturbations et des bruits de mesure bornés (voir (3.3), Chapitre 3). L’idée est de démarrer le problème d’optimisation par l’approche zonotopique considérant le P -rayon et de poursuivre ensuite par une procédure similaire mais utilisant des ellipsoïdes, dès que l’on se trouve assez proche de la solution. Quand le P -rayon du zonotope issu du problème d’optimisation (3.12) décroît très lentement dans les dernières itérations, l’idée consiste alors à considérer une approximation ellipsoïdale extérieure du zonotope obtenu. Le choix de l’ellipsoïde initial est formulé à l’aide de l’ellipsoïde lié au P -rayon d’un zonotope (Figure 5.1, ellipsoïde intérieur, en bleu). Ainsi, l’ellipsoïde de départ qui fournit une approximation extérieure du zonotope considéré (contenant l’état du système) est obtenu par une procédure conduisant à une homothétie (de type “scaling”) de l’ellipsoïde lié au P -rayon, avec le même centre, la même orientation, mais des rayons ajustés afin de contenir le zonotope. Ensuite l’approche se poursuit avec la minimisation de cet ellipsoïde à l’aide des méthodes qui existent dans la littérature, fondées par exemple sur la *minimisation de la trace* (équivalente à la minimisation de la somme des carrés des rayons) ou la *minimisation du déterminant* (équivalente à la minimisation du volume) [25].

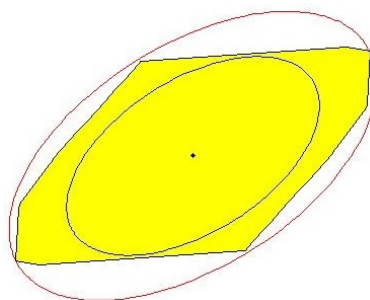


FIGURE 5.1 – Approximation extérieure d’un zonotope par un ellipsoïde (en rouge). Ellipsoïde (en bleu) associé au P -rayon du zonotope.

Une extension de cette méthode pour des systèmes soumis à des incertitudes par intervalles reste à faire. Il est possible d’effectuer des transitions

dans les deux sens entre les approximations extérieures ellipsoïdales ou zonotopiques de l'ensemble qui contient l'état garanti du système.

5.1.2 Observateur ensembliste fondé sur des ensembles ellipsoïdaux avec estimation en temps réel

Une nouvelle technique d'estimation d'état faisant appel aux ensembles ellipsoïdaux est également proposée. Des résultats préliminaires ont été publiés dans [8] et acceptés pour publication à *Control and Decision Conference (CDC)* en 2014. Nous préparons également une soumission des résultats obtenus à la revue *Automatica*.

Cette idée est apparue afin de réduire le possible conservatisme lié à la méthode fondée sur la non croissance du P -rayon de zonotopes (Chapitre 3), qui a comme point de départ le calcul d'un vecteur λ fixe (cas mono-entrée) ou d'une matrice Λ fixe (cas multi-sorties) issu(e) d'un problème d'optimisation hors ligne. La prise en compte des variations dans le temps du vecteur λ ou de la matrice Λ permettrait d'améliorer encore plus les résultats de l'estimation d'état. Ainsi une nouvelle valeur de λ ou Λ doit être calculée à chaque instant, en résolvant un problème d'optimisation en ligne. Cet aspect temps réel sera donc valorisé dans le nouvel observateur ensembliste fondé sur des ensembles ellipsoïdaux.

Ainsi, dans le cadre des ensembles ellipsoïdaux, nous proposons une nouvelle technique d'estimation d'état des systèmes LTI à temps discret, avec perturbations et bruits de mesure bornés regroupés au sein de la variable ω_k :

$$\begin{cases} x_{k+1} = Ax_k + E\omega_k \\ y_k = Cx_k + F\omega_k \end{cases} \quad (5.1)$$

Cette approche se démarque des techniques précédentes par la minimisation en ligne du rayon de l'ellipsoïde contenant l'état du système. Cette méthode utilise des ensembles ellipsoïdaux pour réduire la complexité de calcul par rapport aux zonotopes, sachant que le calcul en ligne augmente la charge de calcul par rapport à l'approche hors ligne de type P -rayon. Au final, nous obtenons le problème d'optimisation suivant [8] :

$\min_{\beta, Y_k, \rho_{k+1}} \rho_{k+1}$
sous les contraintes LMIs :

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \beta P & * & * \\ 0 & \rho_{k+1} - \beta \rho_k & * \\ PA - Y_k C & (PE - Y_k F)\omega_k & P \end{bmatrix} \succ 0 \\ \rho_{k+1} \leq \beta \rho_k + \sigma \\ 0 < \beta < 1 \end{cases} \quad (5.2)$$

qui permet de garantir que l'état à l'instant $k + 1$ appartient à l'ellipsoïde $\mathcal{E}(P, \bar{x}_{k+1}, \rho_{k+1}) = \{x \in \mathbb{R}^{n_x} : (x - \bar{x}_{k+1})^\top P (x - \bar{x}_{k+1}) \leq \rho_{k+1}\}$, tout en minimisant à chaque instant le rayon ρ_{k+1} , pour tout $\omega_k \in \mathbf{B}^{n_x+n_y}$, avec les notations suivantes :

$$\begin{aligned} PL_k &= Y_k \\ \bar{x}_{k+1} &= A\bar{x}_k + L_k(y_k - C\bar{x}_k) \end{aligned} \tag{5.3}$$

où \bar{x} est l'état nominal du système. Une particularité de cette approche est l'aspect variable dans le temps du gain L_k . Des précautions doivent être prises en compte lors de l'étape d'initialisation de l'état, notamment dans le choix de la matrice P . La faisabilité du problème LMI reste à être analysée.

Une piste de recherche intéressante consiste à éviter la problématique d'énumération des sommets ("vertex enumeration") en (5.2) issue de la condition $\omega_k \in \mathbf{B}^{n_x+n_y}$. Différentes techniques [3] doivent être analysées et appliquées au problème considéré afin de réduire le temps de calcul. Dans [8], nous avons proposé une méthode de type "scaling" fondée sur la S -procédure [15] pour répondre à cette question.

La prise en compte au sein de cette stratégie des incertitudes par intervalles est également envisagée.

La précision de cette méthode peut être encore améliorée en ajoutant des contraintes quadratiques sur les mesures de sorties de type $y_{k+1} - Cx_{k+1} = F\omega_{k+1}$, considérant que les perturbations $\omega_{k+1} \in \mathbf{B}^{n_x+n_y}$ vérifient l'expression $\omega_{k+1}^\top T_i \omega_{k+1} \leq 1$, pour $i = 1, \dots, n_x$. Des résultats préliminaires ont été acceptés à la conférence IEEE CDC 2014.

5.1.3 Détection de défauts via les observateurs ensemblistes zonotopiques

Les méthodes d'estimation d'état se fondant sur des ensembles zonotopiques ou ellipsoïdaux peuvent être utilisés dans le but de la détection de défauts. Des défauts soudains ("abrupt faults") de capteurs seront dans un premier temps considérés. Les premiers résultats obtenus pour des systèmes monovariables ont été publiés dans [9]. L'approche proposée Chapitre 3 ne permet pas de détecter des défauts de capteur. Pour modifier cette approche dans le but de la détection de défauts, une idée consiste à tester la cohérence entre le zonotope contenant les états prédits et l'ensemble des mesures. Si l'intersection de ces deux ensembles est nulle, alors il y a occurrence de défaut.

Pour détecter ce défaut, deux techniques sont envisagées. Une idée consiste à détecter le défaut en utilisant uniquement l'étape de prédiction (sans effectuer la correction) dès qu'une incohérence est détectée. Durant l'existence

des défauts. Dès lors, une dimension *diagnostic* sera ajoutée au problème d'optimisation à horizon glissant dans le contexte de la commande prédictive des systèmes multi-agents. Les défauts envisagés peuvent être regroupés en deux catégories :

1. Changement de la dynamique des agents : défauts de capteur, d'actionneur ;
2. Modification du graphe d'interconnexion du système multi-agents : défauts de communication entre les différents agents de la formation.

Dans le contexte des formations multi-véhicules, une direction à explorer est l'utilisation de stratégies de commande prédictives qui peuvent être combinées de façon appropriée afin de satisfaire des contraintes, de traiter des défauts, des incertitudes, des interactions homme-machine, dans une approche centralisée ou décentralisée. Une des priorités sera la commande prédictive robuste pour des formations de plusieurs agents. Les missions multi-agents posent des questions de planification (répartition des tâches des agents), planification de trajectoire, des problèmes de commande en temps réel sous contraintes et incertitudes structurées/non structurées, réorganisation de la formation (après la détection et l'exclusion d'un agent défaillant ou après la réintégration d'un agent en cas de récupération) etc. Par exemple, les limitations physiques (contraintes) imposées par les régions de sécurité autour de chaque agent (e.g. véhicule) doivent être prises en considération, compte tenu des contraintes non convexes induites au niveau du problème d'optimisation. Des techniques d'horizon glissant seront utilisées pour résoudre ces problèmes, tout en respectant les contraintes temporelles et spatiales.

La sécurité des missions est une priorité et donc les techniques développées seront essentiellement construites sur la redondance des capteurs nécessaires pour le diagnostic et la commande tolérante aux défauts pour les systèmes de type multi-agents. Les lois de commande développées seront testées dans une première phase en simulation sur des modèles mathématiques simplifiés. Plusieurs scénarii sont possibles : le cas centralisé, décentralisé ou distribué. Par exemple, si un agent tombe en panne, il doit quitter la formation, les agents restant en formation doivent détecter le défaut et doivent se réorganiser. En cas de récupération de l'agent, ce dernier pourra réintégrer la formation. Une nouvelle allocation des tâches est donc nécessaire afin de permettre à l'agent récupéré d'entrer en formation avec les autres agents.

L'objectif est d'utiliser des lois de commande prédictive sous contraintes et des approches géométriques pour caractériser les résidus¹ nécessaires à la détection des défauts.

¹Les résidus sont des signaux traduisant la présence d'un défaut.

Dans un contexte centralisé, plusieurs pistes sont possibles :

1. Construction des ensembles liés aux résidus sous la forme d'ensembles invariants (en tenant compte des perturbations liées à chaque mode de fonctionnement nominal ou dégradé) pour la détection et l'isolation des défauts sur chaque agent ;
2. Reconfiguration par commutation des modes de commande (mode sans défauts/mode dégradé) pour conserver la formation ;
3. Analyse des conditions assurant la faisabilité du problème de type *consensus* dans le cas de défauts ainsi que les conditions pour la détection des défauts.

La Figure 5.3 montre une situation de défaut rencontrée pour l'agent 1, dans le cadre d'un suivi de trajectoire d'une formation de deux agents. Suite au défaut, l'agent numéro 1 s'éloigne de l'objectif de la formation, afin de ne pas mettre en danger la mission. L'agent 2 ne suit pas l'agent 1, mais détecte un défaut sur l'agent 1 et poursuit sa mission seul. Cet exemple illustre un cas simple avec une formation de deux agents, sachant qu'il faudra également tester les limites des méthodes proposées afin de voir le nombre maximal d'agents en formation (que l'on peut obtenir en utilisant les solveurs actuels).

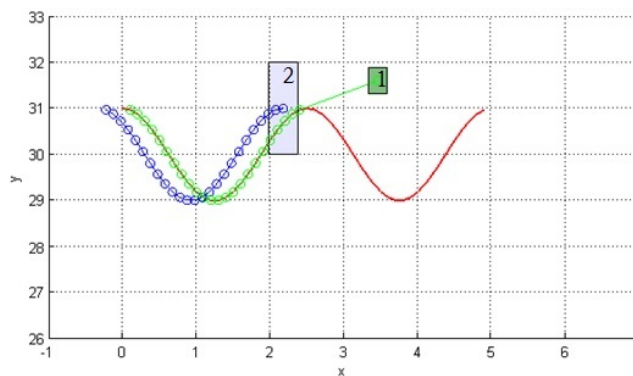


FIGURE 5.3 – Détection des défauts sur un système dans une formation de deux agents.

5.1.5 Analyse de stabilité de systèmes de distribution d'énergie

Cette partie propose une ouverture vers les applications industrielles. Il s'agit de l'analyse de stabilité d'un réseau de distribution électrique, dans le cadre d'une thèse de l'Institut RISEGrid.

Le réseau électrique de distribution est actuellement en forte évolution. En effet, la production décentralisée s'insère de façon significative dans les réseaux électriques de distribution. Cette intégration affecte les transitoires de puissance et peut entraîner des fluctuations de la tension. Par ailleurs, les consommateurs deviennent des producteurs et les bâtiments intègrent des capacités de stockage. Ces évolutions ont également des conséquences sur le réseau de distribution. Le réseau de distribution électrique apparaît alors comme un ensemble d'acteurs agissant selon leur logique propre et interagissant par les contraintes physiques du réseau et éventuellement par des échanges d'information. Ainsi, beaucoup de composants peuvent interagir dans ce système, décomposable en plusieurs sous-systèmes, avec des règles de fonctionnement qui ne sont pas forcément identiques et cohérentes. Les décisions prises localement dans chaque sous-système ou par chaque acteur pouvant avoir des influences néfastes sur les autres, cet environnement complexe devient difficile à maîtriser.

L'objectif est donc de proposer un cadre méthodologique permettant d'analyser et de garantir la stabilité en tension et la sécurité d'un réseau de distribution intégrant l'ensemble des acteurs et de leur comportement hétérogène. Ainsi, ces travaux s'inscrivent dans le cadre général des systèmes de systèmes (Systems of Systems - SoS) [62], systèmes de grande taille, intégrant, plus ou moins dynamiquement, plusieurs sous-systèmes autonomes mais interconnectés.

Une première étape pour atteindre cet objectif consiste à modéliser le système. L'idée est de proposer un cadre de modélisation pouvant s'adapter à l'analyse de la stabilité et permettant de prendre en compte la distribution géographique et la structure complexe et évolutive du système global, l'hétérogénéité et l'indépendance opérationnelle des acteurs regroupés en sous-systèmes ainsi que les interactions énergétiques et informationnelles entre les composants. Plusieurs types de modélisation sont envisagés : des modèles dynamiques sous forme de représentation d'état, des modèles statiques et des modèles quasi-statiques (i.e. modèle de type phaseur). Des modèles simples sont en cours d'étude et seront enrichis au fur et à mesure afin de permettre la prise en compte de diverses particularités du réseau de distribution. Le degré de finesse à retenir dans les modèles doit être également défini.

Une analyse de la stabilité du système à partir de considérations locales

et de la prise en compte des interactions entre les systèmes est également envisagée. Cette démarche devra intégrer la complexité de la dynamique des systèmes et leurs interactions. L'analyse de l'influence des variations de certains paramètres sur la stabilité de chaque sous-système et du SoS sera examinée. Les comportements liés à la connexion ou la déconnexion de certains sous-systèmes conduiront à considérer la capacité de la démarche à intégrer des systèmes en commutations (switching systems) et leur stabilité [33].

5.2 Perspectives à moyen terme

Parmi les perspectives à moyen terme nous pouvons énumérer :

1. *Observateur ensembliste* :

- Développement d'observateurs ensemblistes avec estimation temps réel incluant des ensembles zonotopiques ;
- Détection de défauts via des méthodes ensemblistes pour une estimation de l'état en temps réel (ensembles ellipsoïdaux ou zonotopiques) ;
- Estimation à base de techniques d'horizon glissant et utilisation de ces techniques pour la détection de défauts ;
- Commande prédictive robuste incluant des observateurs ensemblistes ellipsoïdaux ;
- Prise en compte des incertitudes par intervalles dans les techniques de détection de défauts et de commande prédictive avec observateur ensembliste ;
- Applications des techniques d'observateur ensembliste pour la détection de défauts et pour la commande à différents systèmes réels (en particulier un système de réfrigération à base de panneaux solaires en collaboration avec l'Université de Séville) ;

2. *Systèmes multi-agents* :

- Commande prédictive tolérante aux défauts des systèmes multi-agents ;
- Prise en compte de défauts d'interconnexion : dégradation de la communication (déformation/retard) ;
- Elaboration de structures de commande dans une approche décentralisée en collaboration avec l'Académie Bulgare des Sciences ;

- Mise en oeuvre des lois de commande coopératives tolérantes aux défauts dans le cadre de systèmes réels (par exemple vol en formation de plusieurs drones, réseaux de transport intermodal). Des collaborations internationales sont prévues avec l'Université de Porto (Portugal), VirginiaTech (Etats Unis) et TU Delft (Pays-Bas).

3. *Systèmes de systèmes – analyse de stabilité des réseaux électriques de distribution :*

- Analyse de la stabilité robuste vis-à-vis de l'ensemble des incertitudes contenues dans les différents modèles et les risques qui peuvent en découler ;
- Prise en compte des protections d'ilotage². Une étude des éventuelles similarités de la détection de situations d'ilotage avec la détection de défauts est une piste possible, dans le contexte de la préservation de la sécurité du réseau en situation d'ilotage ;
- Etude de nouvelles solutions de commande du réseau électrique conduisant à des réseaux plus intelligents ("Smarter Grids").

La poursuite des collaborations actuelles au plan national (au sein des communautés du *GT CPNL – Groupe de Travail de Commande Prédictive Non Linéaire*, du *GT MEA – Méthodes Ensemblistes pour l'Automatique* et du *GT MOSAR – Méthodes et Outils pour la Synthèse et l'Analyse en Robustesse*) et international, ainsi que des nouvelles collaborations (par exemple avec VirginiaTech et TU Delft) sont envisagées.

5.3 Perspectives à long terme

Plusieurs perspectives à long terme sont envisagées, généralement issues des co-encadrement des travaux de thèses et des projets de recherche dans le cadre de différentes collaborations :

1. *Applications des lois de commande coopératives (tolérantes aux défauts) à une formation de drones (collaborations visées : Projet PHC Pessoa, Projet SIERA).* Dans le cadre du projet SIERA – "SONDRA Innovative Embedded Radar Aircraft", la modélisation d'un octokopter (existant dans le Laboratoire SONDRA) a été réalisée. Des lois de commande avancées seront ensuite développées et testées sur ce drone. La

²L'ilotage (interdit en France) d'une partie du réseau est une situation dans laquelle une partie du réseau fonctionne sans être raccordée à l'ensemble.

construction de plusieurs drones (utilisés pour des applications radar) de différentes tailles est prévue dans le cadre de ce projet. Une commande (éventuellement tolérante aux défauts) pour une formation de ces drones est envisagée. Dans un contexte plus élargi des missions de sauvetage à l'aide d'une formation de drones, une nouvelle collaboration avec l'Université de Trento (Italie) et Queen Mary & Westfield College, Université de Londres (Royaume-Uni) est envisagée. Dans le cadre des lois de commande prédictive implantées sur des systèmes réels de type multi-agents, une collaboration avec l'Université Concordia (Canada) est une piste à exploiter.

2. *Résolution des problèmes de type BMI/PMI.* Des comparaisons des techniques proposées Chapitre 2 pour la résolution des problèmes de type BMI (ou PMI ³) avec des techniques existantes (“branch-and-bound”, essaim particulière) [61] dans la littérature sont envisagées, notamment avec des approches stochastiques (par exemple à l'aide des algorithmes aléatoires [53]). De plus des problèmes d'optimisation de type BMI ou PMI peuvent apparaître dans les approches d'observateurs ensemblistes des systèmes multivariables (voir la méthode de type PMI proposée Chapitre 3).
3. *Extensions aux systèmes à retard.* Une autre perspective consiste à ajouter un nouveau degré de difficulté, notamment le retard (variable), dans la communication entre les agents. Des lois de commande coopératives qui doivent répondre à ces nouveaux défis seront également développées. Cet aspect se retrouve également dans le projet PHC Van Gogh soumis en 2014. La prise en compte du retard (par exemple retard de communication) dans le contexte de la commande prédictive coopérative (utilisation des approximations polytopiques du retard variable dans le cadre des approches linéaires, des techniques d'optimisation sous contraintes, de la commande prédictive appliquée aux systèmes multi-agents en présence d'incertitudes et de retard) sont des futures pistes de recherche.

D'une façon similaire, les techniques d'observateur ensembliste peuvent être étendues aux systèmes à retard (par exemple modélisés sous la forme d'incertitudes par intervalle).

4. *Extensions aux systèmes affines par morceaux.* L'étude des méthodes d'observateur ensembliste pour des systèmes affines par morceaux est

³Tout problème PMI – “Polynomial Matrix Inequality” peut être réécrit sous la forme d'un problème BMI, en utilisant des changements de variables appropriés.

également un possible développement futur. Des intersections avec toutes les régions possibles doivent être considérées lors des étapes de prédiction et de correction. Des modèles affines par morceaux peuvent être obtenus après une procédure de modélisation de drones.

5. *Utilisation de la théorie des graphes.* Nous envisageons l'utilisation de cette approche dans l'étude de faisabilité/stabilité du réseau électrique de distribution, ainsi que dans le cadre de la formation de plusieurs agents.

Au niveau des collaborations, plusieurs collaborations nouvelles seront initiées, notamment une collaboration avec le Brésil via les projets CAPES-COFECUB "Comité Français d'Evaluation de la Coopération Universitaire et Scientifique avec le Brésil" de mobilité internationale dans le cadre d'un laboratoire LIA (Laboratoire International Associé) si ce cadre est retenu et accepté. La possibilité d'une participation conjointe à un projet de recherche au niveau européen Horizon 2020 sera également explorée en collaboration avec les partenaires néerlandais, portugais et espagnols.

En conclusion, beaucoup de pistes nouvelles de recherche existent à la fois sur le plan théorique et sur le plan applicatif, le fil conducteur étant donné par la commande prédictive robuste, la vision ensembliste et l'utilisation des techniques LMI. Parmi les particularités de mes travaux de recherche se trouvent la prise en compte des incertitudes par intervalle, les approches ensemblistes pour l'estimation d'état et pour la commande coopérative des systèmes multi-agents, avec des incursions dans les techniques de détection de défauts pour un seul système ou pour des systèmes multi-agents, avec des extensions possibles aux systèmes de systèmes. Pour tous ces aspects théoriques, deux domaines d'application sont pour le moment privilégiés, d'une part les vols en formation (drone), d'autre part les réseaux d'énergie. D'autres domaines émergeront certainement lors des années à venir, étant donné la générosité des théories développées.

Quatrième partie

Résumé en anglais

Chapitre 6

Extended Abstract

This manuscript synthetizes the main research areas explored after my PhD thesis. Most of the proposed results are issued from different collaborations and co-supervision of PhD theses. In the general context of robust predictive control of uncertain systems, three main axes can be distinguished : robustification of predictive control for systems with different uncertainties, set-membership state estimation of uncertain systems and predictive control of multi-agent systems. Current work and future directions are also discussed.

6.1 Robustified Predictive Control applied to Uncertain Systems

This axis continues the results obtained during my PhD thesis on the robustification (via the Youla-Kučera parametrization) of multivariable predictive control laws for uncertain systems. Different uncertainties are considered : additive unstructured uncertainties, multiplicative unstructured uncertainties and structured polytopic uncertainties. Time-domain templates for disturbances rejection are also considered. The idea of this technique consists in off-line finding the Youla-Kučera parameter as a result of an H_∞ norm minimization. When unstructured uncertainties and bounded disturbances are acting on the considered system, this minimization can be reformulated in terms of a Linear Matrix Inequality (LMI) optimization problem. Considering polytopic uncertainties leads to a Bilinear Matrix Inequality (BMI) optimization problem, for which a sub-optimal solution is proposed in [T1].

Different applications of robustified predictive control are illustrated :

1. *Application on the multi-axes model of a medical robot* in collaboration with General Electric Healthcare [C29], [C30], [C20]. A linearized

discretized model around an equilibrium point has been used for the synthesis of an initial stabilizing predictive control. Then, the predictive control has been robustified in order to guarantee the stability for variations of $\pm 20\%$ of both the inertia and the joint stiffness.

2. *Application on a Production Inventory system* in collaboration with University of Seville and Arizona State University [C28]. The Production Inventory model is a discrete-time system obtained from the analogy with a water tank, with the throughput time modeled as a delay. A robustified predictive control has been used in order to guarantee the stability of the controlled system despite the (bounded) variations of the throughput time and the yield.
3. *Development of a Matlab toolbox PolyRMPC* illustrated via an *application on the non-linear model of a Quanser helicopter* [C8]. This toolbox combines Object Oriented Programming with Matlab Graphical User Interface and it allows the robustification of predictive control under both unstructured and polytopic uncertainties, while respecting time-domain specifications for disturbances rejection.
4. *Application on the simplified model of a coal-fired power plant* in collaboration with UCL University, Belgium [C27]. One of the difficulties is the presence of the delay on one input channel. In this application, the robustification using the Youla-Kučera parametrization has been applied to an optimal control (not necessary predictive control). Furthermore, conservativeness reduction techniques of BMI problems (such as LMI-based coordinate descent method) have been explored [C22], [C26].

This section is focused more on applications of robustified predictive control on different kinds of systems : multivariable systems with strong Coupling Effect, nonlinear systems, delay systems, non-minimum phase systems, in the general context of uncertain systems. Future directions concern the comparison of conservativeness reduction techniques of BMI problems with other methods existing in the literature (e.g. branch and bound algorithms, particle swarm algorithms). Applying the robustification techniques to switched systems is another idea to be analyzed in future work. The proposed robustification procedure has reached maturity ; however it still is an important topic in my research work, with a higher focus on industry.

6.2 Set-membership State Estimation of Uncertain Systems

A new research direction has been started in collaboration with University of Seville on the set-membership state estimation and robust model predictive control of uncertain systems, in the presence of bounded perturbations and constraints.

In this context, we propose a guaranteed set-membership state estimation method to compute a zonotope containing the real state of the system, consistent with the bounded perturbations, measurement noise and interval parametric uncertainties acting on the system. A criterion based on the minimization of the P -radius of the zonotope allows to decrease the size of the zonotopic state estimation, solving a Linear Matrix Inequality problem. At each iteration, we consider an outer approximation of the intersection between the predicted zonotopic state set and the measurement strip. Using the P -radius criterion offers a trade-off between the reduced computation complexity (obtained from the minimization of the zonotope segments) and the accuracy of the estimation (obtained from the minimization of the zonotope volume). The approach is first developed for single-output systems with bounded perturbations, bounded measurement noise and interval uncertainties [C23]. Second, several extensions for multi-output systems are considered :

1. *Equivalent Single-Output (ESO) approach* considers the multi-output system as several decoupled single-output systems, leading to a conservative result ;
2. *Equivalent Single-Output with coupling effect (ESOCE) approach* [J2], [C16] reduces the conservativeness compared to the previous approach ;
3. *Polynomial Matrix Inequality (PMI) approach* [C15] leads to find a sub-optimal solution of a PMI problem based on an existing relaxation technique. This approach increases the computation complexity compared to the previous cases.
4. *Polytope and zonotope intersection (PAZI) approach* [C10] takes advantage of the multi-output structure, by intersecting first all the measurement strips (leading to a polytope) and then outer approximating the intersection between this polytope and the zonotopic predicted state set. This approach offers an improvement of the estimation accuracy and a decrease of the computation time compared to the previous techniques.

Based on the zonotopic state estimation, a robust output feedback predictive control for uncertain systems subject to input and output constraints [J5], [B1], [C18] is further proposed. Among the techniques from the literature, the implementation of robust predictive control laws based on trajectory tubes is preferred. Simulation results on a magnetic levitation system [J5], [B1] illustrate the effectiveness of the combination of zonotopic guaranteed set-membership state estimation and robust predictive control.

Using the proposed estimation techniques for fault detection purposes is part of current work. Future work will focus on the implementation of the proposed techniques on real systems. From the theoretical point of view, several perspectives concern the generalization to piecewise affine (PWA) systems, delay systems, linear time variant systems etc. The tube-based robust predictive control for systems with interval uncertainties still remains an open problem that will be investigated in future works.

6.3 Predictive Control of Multi-Agent Systems

Another new research direction (in collaboration with Laboratory of Signals and Systems – CNRS, University of Porto – Portugal, and University of Patras – Greece) concerns the predictive control of multi-agent dynamical systems subject to constraints and bounded disturbances. The agents are considered as dynamical systems with a convex safety region around them [J4].

In this context, several problems are examined :

1. *Trajectory generation* via differential flatness formalism [C17] ;
2. *Trajectory tracking* of the multi-agent formation, respecting collision avoidance constraints both between the agents and with possible obstacles [C25], [J7], [C24]. The use of a predictive control-based algorithm for path following for autonomous aerial vehicles has been investigated in [C9].
3. *Minimal configuration* [C21] in the framework of tight formations of multi-agent agent systems ;
4. *Optimal task assignment* of the agents in order to assign a target position (from the minimal configuration) to each agent [C21].

One of the particular aspects of the proposed MAS-based approaches is to consider a convex security region around each agent. Taking into account *collision avoidance* constraints leads to non-convex optimization problems

due to the non-convexity of the feasibility region (which is the complement of a convex set). Mixed Integer Programming techniques [L2] are used to describe the original non-convex feasible region by a convex set in an extended space. However, the computational complexity increases exponentially with the number of binary variables used in problem formulation. The number of these binary variables is further reduced based on merging techniques of different feasible regions [L2].

In this context, several predictive control laws for MAS systems are proposed : centralized approach, distributed approach and decentralized approach. The centralized technique becomes computationally demanding, especially due to the high number of binary variables used within the MIP techniques. A distributed approach based on the neighborhood information reduces the complexity compared to the centralized case, but it still needs to improve when considering a large number of agents. An alternative is to consider a decentralized approach : either based on a priori fixed priority for each agent or based on repulsive/attractive potential field-based strategies. The use of potential field-based techniques allows to reduce the complexity compared to the MIP-based techniques, however the stability proof is not easy.

Some of the theoretical results (the combination of MPC and differential flatness for reference generation) are implemented on real Unmanned Aerial Vehicles (UAVs) in collaboration with University of Porto [J3], [C12].

Different future directions are possible. An interesting application is related to the implementation of cooperative techniques on a formation of several real UAV systems. On the theoretical side, fault detection and fault tolerant predictive control techniques for multi-agent systems under collision constraints and communication delay is part of our current work.

6.4 Perspectives and Current Projects

Three main directions issued from the current co-supervised PhD thesis are highlighted.

1. The first axis continues the guaranteed state estimation techniques. A new online ellipsoidal state estimation procedure is developed for systems under bounded perturbations and interval uncertainties [C7], [C4]. Extensions of the proposed state-estimation techniques to fault detection is one of the current priorities [C5]. Developing fault tolerant control laws based on the set-membership estimation is part of future work.
2. A second direction considers the fault detection and fault tolerant

control for multi-agent systems. Different faults are identified at the formation level of MAS systems : agent faults (e.g. actuator faults, sensor faults) and communication faults (e.g. packet loss, communication delay).

3. A new topic on stability analysis of power distribution systems is started in 2013 in collaboration with EDF, under the auspices of the RI-SEGrid Institute. One of the first steps consists in investigating the voltage stability issue on distribution grids in presence of multiple local regulations. This subject offers new perspectives on the robust stability analysis of Systems of Systems (SoS) with an application on the decentralized renewable energy production and distribution.

Several projects have started or have been submitted recently. The PHC Pessoa project formalizes the collaboration with the University of Porto. The Siera project (in collaboration with the SONDRA team and NUS Singapore University) consists in modeling and development of advanced control laws for an UAV with eight propellers. A PHC Van Gogh project has been submitted in collaboration with TU Delft on advanced control techniques for improved coordination in intermodal freight transport around port areas. A joint participation (with the Portuguese, Dutch and Spanish partners) at the European level in the perspective of a common H2020 project will be also considered.

Table des figures

2.1	Schéma-bloc de la commande MPC sous forme d'état avec un observateur "prédicteur".	47
2.2	Classe de tous les correcteurs stabilisant.	48
2.3	Schéma-bloc de la boucle fermée robustifiée face à des incertitudes non-structurées additives directes.	49
2.4	Schéma-bloc de la boucle fermée robustifiée face à des incertitudes multiplicatives directes sur la sortie.	50
2.5	Représentation du robot.	54
2.6	Valeurs singulières maximales du transfert de b à u	58
2.7	Valeurs singulières maximales de la fonction de sensibilité complémentaire.	58
2.8	Sorties : positions angulaires.	59
2.9	Commandes : couple moteur.	60
2.10	Valeurs singulières maximales du transfert de b à u	61
2.11	Sorties : positions angulaires.	61
2.12	Commandes : couple moteur.	62
2.13	Diagramme du système de gestion de production.	63
2.14	Stock net pour $\theta = 5$, $K = 1$	66
2.15	Mises en production pour $\theta = 5$, $K = 1$	66
2.16	Valeurs singulières maximales du transfert de b à u pour $\theta = 5$, $K = 1$	67
2.17	Valeurs singulières maximales de la fonction de sensibilité complémentaire pour $\theta = 5$, $K = 1$	67
2.18	Stock net pour $\theta = 6$, $K = 1$	68
2.19	Mises en production pour $\theta = 6$, $K = 1$	68
2.20	Stock net pour $\theta = 8$, $K = 0, 8$	69
2.21	Mises en production pour $\theta = 8$, $K = 0, 8$	69
2.22	PolyRMPC.	72
2.23	Hélicoptère Quanser 2-DOF.	74
2.24	Analyse temporelle du système incertain bouclé avec RMPC0.	76
2.25	Analyse temporelle du système incertain bouclé avec RMPC1.	76

2.26	Solution sous-optimale γ obtenue avec l'Algorithme 2.1.	77
2.27	Analyse de valeurs singulières de Hankel.	78
2.28	Sorties.	78
2.29	Commandes.	78
2.30	Schéma simplifié d'une centrale électrique au charbon.	79
2.31	Structure de commande à plusieurs niveaux.	81
2.32	Valeurs singulières du transfert de b à z_u	82
2.33	Réponse indicielle de la sensibilité de sortie ("output sensitivity step responses") du b_1 (valve de la turbine) à y_1 (charge). . . .	82
2.34	Espace des solutions.	84
2.35	Représentation graphique de l'algorithme proposé [87].	84
3.1	Evolution de l'estimation d'état garantie.	93
3.2	Estimation zonotopique : extension du cas mono-sortie.	98
3.3	Estimation zonotopique : approche PAZI.	101
3.4	Evolution de l'estimation d'état via l'approche PAZI.	103
3.5	Comparaison de la distance entre la borne supérieure et infé- rieure de x_1 (en %).	104
3.6	Comparaison de la distance entre la borne supérieure et infé- rieure de x_2 (en %).	104
3.7	Maquette de la suspension magnétique.	110
3.8	Position du pendule obtenue par la commande prédictive à base de tubes d'incertitudes.	112
3.9	Vitesse du pendule obtenue par la commande prédictive à base de tubes d'incertitudes.	112
3.10	Signal de commande appliqué au système de suspension ma- gnétique.	113
3.11	Observateurs zonotopiques obtenus par plusieurs approches. .	113
3.12	Trajectoire en tube de la réponse du système en boucle fermée.	115
3.13	Trajectoire réelle et trajectoire nominale du système en boucle fermée.	115
4.1	Trajectoires du système réel (en rouge) et du système nominal (en bleu).	121
4.2	Illustration des techniques MIP.	124
4.3	Espace contenant 4 obstacles.	125
4.4	Illustration des techniques MIP pour l'évitement d'obstacles. .	125
4.5	Configuration minimale de quatre agents homogènes.	127
4.6	Allocation des tâches.	129
4.7	Application de la commande prédictive centralisée pour une formation étroite de quatre agents homogènes.	133

4.8	Exemple d'une approche distribuée hiérarchisée.	136
4.9	Contraintes de priorité imposées dans une approche décentralisée.	137
4.10	Exemple d'un potentiel répulsif à base de fonction polyédrale.	140
4.11	Exemple d'un potentiel répulsif à base de "sum function".	140
4.12	Approche centralisée : suivi de trajectoire avec évitement des collisions.	142
4.13	Approche centralisée : suivi de trajectoire avec évitement des collisions et contraintes sur la vitesse.	142
4.14	Approche décentralisée : suivi de trajectoire avec évitement des collisions.	143
4.15	Champ de potentiel des cinq agents.	144
4.16	Approche décentralisée – méthode de champ de potentiel : suivi de trajectoire avec évitement des collisions.	144
4.17	Approche décentralisée – méthode de champ de potentiel : suivi de trajectoire avec évitement des collisions entre les agents et par rapport à un obstacle fixe.	145
4.18	Drones utilisés pendant les tests – Université de Porto.	146
4.19	Trajectoire réelle et trajectoire linéarisée.	146
4.20	Signaux de commande, trajectoire de référence et trajectoire réelle de l'Alpha06.	148
4.21	Trajectoire de référence et trajectoire réelle en 3D de l'Alpha06.	148
5.1	Approximation extérieure d'un zonotope par un ellipsoïde (en rouge). Ellipsoïde (en bleu) associé au P -rayon du zonotope.	154
5.2	Calibration de la mesure.	157
5.3	Détection des défauts sur un système dans une formation de deux agents.	159

Bibliographie

- [1] O. Al Assad. *Etude d'une méthodologie de modélisation et de commande d'un robot multiaxe pour une application en radiologie médicale*. PhD thesis, Université de Paris-Sud 11, 2009.
- [2] T. Alamo, J.M. Bravo, and E.F. Camacho. Guaranteed state estimation by zonotopes. *Automatica*, 41 :1035–1043, 2005.
- [3] T. Alamo, R. Tempo, D.R. Ramírez, and E.F. Camacho. A new vertex result for robustness problems with interval matrix uncertainty. *Systems and Control Letters*, 57 :474–481, 2008.
- [4] P. Backus, M. Janakiram, S. Mowzoon, C. Runger, and A. Bhargava. Factory cycle-time prediction with a data-mining approach. *IEEE Transaction on Semiconductor Manufacturing*, 19(2) :252–258, 2006.
- [5] L.E. Barnes, M.A. Fields, and K.P. Valavanis. Swarm formation control utilizing elliptical surfaces and limiting functions. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, 39(6), 2009.
- [6] A. Bemporad and A. Garulli. Output feedback predictive control of constrained linear systems via set-membership state estimation. *International Journal of Control*, 73(8) :655–665, 2000.
- [7] S. Ben Chabane, C. Stoica Maniu, T. Alamo, E.F. Camacho, and D. Dumur. Improved set-membership estimation approach based on zonotopes and ellipsoids. In *Proc. of the 13th European Control Conference (ECC)*, Strasbourg, pages 993–998, 2014.
- [8] S. Ben Chabane, C. Stoica Maniu, T. Alamo, E.F. Camacho, and D. Dumur. A new approach for guaranteed ellipsoidal state estimation. In *Proc. of the 19th IFAC World Congress*, pages 6533–6538, 2014.

-
- [9] S. Ben Chabane, C. Stoica Maniu, T. Alamo, E.F. Camacho, and D. Dumur. Sensor fault detection and diagnosis using zonotopic set-membership estimation. In *Proc. of the 22nd Mediterranean Conference on Control and Automation*, 2014.
 - [10] R. Bencatel, M. Faied, J. Sousa, and A. Girard. Formation control with collision avoidance. In *Proc. of 50th IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference, Orlando, Florida, USA*, pages 591–596, 211.
 - [11] D.P. Bertsekas and I.B. Rhodes. Recursive state estimation for a set-membership description of uncertainty. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 16(2) :117–128, 1971.
 - [12] F. Blanchini. Nonquadratic Lyapunov functions for robust control. *Automatica*, 31(3), 1995.
 - [13] F. Blanchini. Set invariance in control. *Automatica*, 35(11) :1747–1767, 1999.
 - [14] S. Boyd and C. Barratt. *Linear controller design. Limits of performance*. Prentice Hall, 1991.
 - [15] S. Boyd, L. El Ghaoui, E. Feron, and V. Balakrishnan. *Linear matrix inequalities in system and control theory*. SIAM, Philadelphia, 1994.
 - [16] E.F. Camacho and C. Bordons. *Model predictive control*. Springer-Verlag, London, 2004.
 - [17] B. Cazzolato. *2DOF Quanser Helicopter Tutorial and Lab*. 2006.
 - [18] F.L. Chernousko. *State Estimation for Dynamic Systems*. CRC Press, Boca Raton, 1994.
 - [19] B. Clement and G. Duc. A multiobjective control via youla parameterization and LMI optimization : application to a flexible arm. In *Proc. of the IFAC Symposium on Robust Control and Design*, Prague, 2000.
 - [20] C. Combastel. A state bounding observer based on zonotopes. In *Proc. of European Control Conference*, Cambridge, UK, 2003.
 - [21] M.C. de Oliveira, J. Bernussou, and J.C. Geromel. A new discrete-time robust stability condition. *Systems and Control Letters*, 37 :261–265, 1999.

-
- [22] A.J. de Ron and J.E. Rooda. A lumped parameter model for product flowtimes in manufacturing lines. *IEEE Transaction on Semiconductor Manufacturing*, 19 :502–509, 2006.
 - [23] E. Dogaru, C. Stoica, and E. Godoy. Robustified control of a multivariable robot. In *Proceedings of the 8th International Conference on Informatics in Control, Automation and Robotics (ICINCO)*, pages 290–299, Noordwijkerhout, Pays-Bas, 2011.
 - [24] J.A. De Doná, F. Suryawan, M.M. Seron, and J. Lévine. A flatness-based iterative method for reference trajectory generation in constrained nmppc. In *Proc. of Int. Workshop on Assessment and Future Direction of Nonlinear Model Predictive Control*, pages 325–333, 2009.
 - [25] C. Durieu, E. Walter, and B. Polyak. Multi-input multi-output ellipsoidal state bounding. *Journal of Optimization Theory and Applications*, 111(2) :273–303, 2001.
 - [26] Z. Fang, W. Song, J. Zhang, and H. Wu. Experiment and modeling of exit-selecting behaviors during a building evacuation. *Statistical Mechanics and its Applications*, 389(4), 2010.
 - [27] G.E. Farin. *Curves and Surfaces for Computer-Aided Geometric Design : A Practical Guide. Morgan Kaufmann, 5th edition.* 2001.
 - [28] M. Fliess, J. Lévine, P. Martin, and P. Rouchon. Flatness and defect of non-linear systems : introductory theory and examples. *International Journal of Control*, 61(6), 1995.
 - [29] R. Gabasov, F.M. Kirillova, and E.I. Poyasok. Optimal control based on a preposteriori estimates of set-membership uncertainty. *Automation and Remote Control*, 72(1) :74–87, 2011.
 - [30] E.G. Gilbert and K.T. Tan. Linear systems with state and control constraints : The theory and application of maximal output admissible sets. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 36(9) :1008–1020, 1991.
 - [31] D. Henrion and J.B. Lasserre. Convergent relaxations of polynomial matrix inequalities and static output feedback. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 51(2) :192 – 202, 2006.
 - [32] D. Henrion and J.B. Lasserre. Inner approximations for polynomial matrix inequalities and robust stability regions. Technical report, LAAS-report 11210, 2011.

-
- [33] L. Hetel. *Stabilité et commande robuste des systèmes à commutation*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Lorraine, 2007.
 - [34] M. Hovd and S. Olaru. Piecewise quadratic lyapunov functions for stability verification of approximate explicit mpc. *Modeling, Identification and Control*, 31(2), 2010.
 - [35] V. Ionescu and A. Varga. *Teoria sistemelor. Sinteza robusta. Metode numerice de calcul (en roumain)*. Ed. All, Bucarest, 1994.
 - [36] M. Jünger, T.M. Liebling, D. Naddef, G. Nemhauser, and W.R. Pulleyblank. *50 Years of Integer Programming 1958-2008 : From the Early Years to the State-of-the-Art*. Springer Verlag, 2009.
 - [37] R.E. Kalman. A new approach to linear filtering and prediction problems. *Transactions of the ASME—Journal of Basic Engineering*, 82(Series D) :35–45, 1960.
 - [38] K.G. Kempf. Control-oriented approaches to supply chain management in semiconductor manufacturing. In *Proceedings of the American Control Conference*, pages 4563–4576, Boston, M.A., Etats Unis, 2004.
 - [39] O. Khatib. Real-time obstacle avoidance for manipulators and mobile robots. *International Journal of Robotics Research*, 5(1), 1986.
 - [40] K. Kobayashi and J. Imura. Modeling of discrete dynamics for computational time reduction of model predictive control. In *Proc. of the 17th International Symposium on Mathematical Theory of Networks and Systems, Kyoto, Japan*, pages 628–633, 2006.
 - [41] E. Kofman, H. Haimovich, and M.M. Seron. A systematic method to obtain ultimate bounds for perturbed systems. *International Journal of Control*, 80(2), 2007.
 - [42] M. Kočvara and S. Stingl. Pennon a code for convex nonlinear and semi-definite programming. *Optimization Methods and Software*, 18(3) :317–333, 2003.
 - [43] A.B. Kurzhanski and I. Vályi. *Ellipsoidal calculus for estimation and control*. Birkhäuser Boston, 1996.
 - [44] S.R. Lay. *Convex sets and their applications*. Wiley, New york, 1982.

-
- [45] V.T.H. Le. *Commande prédictive robuste par des techniques d'observateurs à base d'ensembles zonotopiques*. PhD thesis, Supélec, France, 2012.
 - [46] V.T.H. Le, T. Alamo, E.F. Camacho, C. Stoica, and D. Dumur. A new approach for guaranteed state estimation by zonotopes. In *Proc. the 18th World Congress IFAC*, pages 9242–9247, Milan, Italy, 2011.
 - [47] V.T.H. Le, C. Stoica, T. Alamo, E.F. Camacho, and D. Dumur. *Zonotopes : from guaranteed state estimation to control*. ISTE Ltd and John Wiley & Sons, Inc., 2013.
 - [48] V.T.H. Le, C. Stoica, T. Alamo, E.F. Camacho, and D. Dumur. Zonotopic guaranteed state estimation for uncertain systems. *Automatica*, 49 :3418–3424, 2013.
 - [49] V.T.H. Le, C. Stoica, D. Dumur, T. Alamo, and E.F. Camacho. Commande prédictive robuste par des techniques d'observateurs basées sur des ensembles zonotopiques. *Journal Européen des Systèmes Automatisés*, 2-3/2012 :235–250, 2012.
 - [50] V.T.H. Le, C. Stoica, D. Dumur, T. Alamo, and E.F. Camacho. A polynomial matrix inequality approach for zonotopic set-membership estimation of multivariable systems. In *Proc. of the 20th Mediterranean Conference on Control and Automation*, pages 18–23, Barcelona, Spain, 2012.
 - [51] J. Löfberg. Towards joint state estimation and control in minimax MPC. In *Proc. of the 15 IFAC World Congress*, 2002.
 - [52] J. Löfberg. *Minimax approaches to robust model predictive control*. PhD thesis, Linköping University, Sweden, 2003.
 - [53] A. Luque Sendra. *On Randomized Algorithms and their applications in robust optimization*. PhD thesis, University of Seville, Spain, 2014.
 - [54] J. Lévine. *Analysis and control of nonlinear systems : A flatness-based approach*. Springer Verlag, 2009.
 - [55] J.M. Maciejowski. *Predictive control with constraints*. Prentice-Hall, 2002.
 - [56] I. Masubuchi, A. Ohara, and N. Suda. LMI-based controller synthesis : a unified formulation and solution. In *American Control Conference*, pages 1389–1391, 1995.

-
- [57] P.S. Maybeck. *Stochastic models, estimation and control*. Academic Press, 1979.
- [58] D.Q. Mayne, S.V. Raković, R. Findeisen, and F. Allgöwer. Robust output feedback model predictive control of constrained linear system : Time varying case. *Automatica*, 45 :2082–2087, 2009.
- [59] D.Q. Mayne, M.M. Seron, and S.V. Raković. Robust model predictive control of constrained linear system with bounded disturbances. *Automatica*, 41 :219–224, 2005.
- [60] S. Olaru. *Contribution à l'étude de la commande prédictive sous contraintes par approche géométrique*. PhD thesis, Université de Paris Sud-Supélec, 2005.
- [61] E. Ostertag. Less conservative H2/H1 design of dynamic output-feedback controllers via LMI's. In *European Control Conference, Budapest, Hungary*, 2009.
- [62] T. Parisini. Control systems technology : Towards a systems-of-systems perspective. *IEEE Trans. on Control Systems Technology*, 18(2) :249, 2010.
- [63] K.M. Passino. *Quanser 2-DOF Helicopter Reference Manual*. 2001.
- [64] B.T. Polyak, S.A. Nazin, C. Durieu, and E. Walter. Ellipsoidal parameter or state estimation under model uncertainty. *Automatica*, 40 :1171–1179, 2004.
- [65] V. Preda, C. Stoica, P. Rodríguez, and D. Dumur. PolyRMPC : a new matlab toolbox to robustify predictive controllers under unstructured and structured uncertainties. In *Proceedings of the IEEE Multi-Conference on Systems and Control (MSC)*, pages 328–333, Hyderabad, India, 2013.
- [66] I. Prodan. *Commande des systèmes dynamiques Multi-Agents en présence de contraintes*. PhD thesis, Supélec, 2012.
- [67] I. Prodan, R. Bencatel, S. Olaru, J. Borges de Sousa, C. Stoica, and S.-I. Niculescu. Predictive control for autonomous aerial vehicles trajectory tracking. In *IFAC Nonlinear Model Predictive Control Conference (NMPC)*, Noordwijkerhout, Pays-Bas, pages 508–513, 2012.

-
- [68] I. Prodan, S. Olaru, R. Bencatel, J. Borges de Sousa, C. Stoica, and S.-I. Niculescu. Receding horizon flight control for trajectory tracking of autonomous aerial vehicles. *Control Engineering Practice*, 21(10) :1334–1349, 2013.
 - [69] I. Prodan, S. Olaru, F. Fontes, C. Stoica, and S.-I. Niculescu. A predictive control-based algorithm for path following for autonomous aerial vehicles. In *Proc. of the IEEE Multi-Conference on Systems and Control (MSC), Hyderabad, India*, pages 1042–1047, 2013.
 - [70] I. Prodan, S. Olaru, C. Stoica, and S.-I. Niculescu. Avoidance constraints and path following for multi-agent systems. In *Proc. of the International Conference on Control, Automation and Systems (IC-CAS), Gyeonggi-do, Korea*, 2010.
 - [71] I. Prodan, S. Olaru, C. Stoica, and S.-I. Niculescu. Path following with collision avoidance and velocity constraints for multi-agent group formations. In *Proc. of the 14th International Conference on System Theory and Control, Sinaia, Romania*, 2010.
 - [72] I. Prodan, S. Olaru, C. Stoica, and S.-I. Niculescu. Predictive control for tight group formation of multi-agent system. In *Proc. of the 18th IFAC World Congress, Milan, Italy*, pages 138–143, 2011.
 - [73] I. Prodan, S. Olaru, C. Stoica, and S.-I. Niculescu. Predictive control for trajectory tracking and decentralized navigation of multi-agent formations. In *Proc. of the 4th International Conference on Agents and Artificial Intelligence (ICAART), Vilamoura, Algarve, Portugal*, pages 209–214, 2012.
 - [74] I. Prodan, S. Olaru, C. Stoica, and S.-I. Niculescu. Predictive control for trajectory tracking and decentralized navigation of multi-agent formations. *Journal of Applied Mathematics and Computer Science (AMCS)*, 23(1) :91–102, 2013.
 - [75] I. Prodan, F. Stoican, S. Olaru, C. Stoica, and S.-I. Niculescu. Predictive control for trajectory tracking and decentralized navigation of multi-agent formations. *Chapter 18, DMPC Made Easy, Springer*, pages 273–288, 2013.
 - [76] V. Puig, P. Cugueró, and J. Quevedo. Worst-case estimation and simulation of uncertain discrete-time systems using zonotopes. In *Proc. of European Control Conference, Portugal*, 2001.

-
- [77] S.V. Raković, E.C. Kerrigan, K.I. Kouramas, and D.Q. Mayne. Invariant approximation of the minimal robustly positively invariant set. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 50(3) :406–410, 2005.
 - [78] N.W. Rees and G.Q. Fan. In D. Flynn, editor, *Thermal Power Plant Simulation and Control*.
 - [79] E. Rimon and D. Koditschek. Exact robot navigation using artificial potential functions. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 8(5), 1992.
 - [80] G. Sandou. *Optimisation métaheuristique pour la conception de lois de commande*. Ed. Lavoisier, Hermes, 2013.
 - [81] C. Scherer, P. Gahinet, and M. Chilali. Multi-objective output feedback control via LMI optimization. *IEEE Transaction on Automatic Control*, 42 :896–911, 1997.
 - [82] C.W. Scherer. An efficient solution to multi-objective control problem with LMI objectives. *Systems and Control Letters*, 40 :43–57, 2000.
 - [83] J.D. Schwartz, W. Wang, and D.E. Rivera. Simulation-based optimization of process control policies for inventory management in supply chains. *Automatica*, 42 :1311–1320, 2006.
 - [84] F.C. Schweppe. Recursive state estimation : Unknown but bounded errors and system inputs. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 13(1) :22–28, 1968.
 - [85] D. Simchi-Levi, P. Kaminsky, and E. Simchi-Levi. *Managing the supply chain*. New York, NY, 2004.
 - [86] E. Simon. *A perspective for optimization in systems and control : from LMIs to derivative-free methods*. PhD thesis, Université Catholique de Louvain, 2012.
 - [87] E. Simon, P. Rodríguez-Ayerbe, C. Stoica, D. Dumur, and V. Wertz. LMIs-based coordinate descent method for solving BMIs in control design : A short survey & two improvements. In *18th IFAC World Congress, Milan, Italy*, pages 10180–10186, 2011.
 - [88] E. Simon, P. Rodriguez-Ayerbe, C. Stoica, D. Dumur, and V. Wertz. Fixed-order output-feedback control design for lti systems : a new algorithm to reduce conservatism. In *19th International Symposium on*

Mathematical Theory of Networks and Systems (MTNS), Budapest, Hungary, pages 1389–1391, 2010.

- [89] E. Simon, C. Stoica, P. Rodriguez-Ayerbe, D. Dumur, and V. Wertz. Robustified optimal control of a coal-fired power plant. In *American Control Conference, Baltimore, Maryland*, pages 1217–1222, 2010.
- [90] E. Simon and V. Wertz. Optimal control of coal-fired power plants using a LMI formulation. In *3rd IEEE Multi-Conference on Systems and Control, Saint Petersburg*, pages 750–755, 2009.
- [91] H. Sorenson. Special issue on applications of Kalman filtering. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 28(3) :253–434, 1983.
- [92] C. Stoica. *Robustification de lois de commande prédictives multivariées*. PhD thesis, Université de Paris-Sud 11, 2008.
- [93] C. Stoica, M.R. Arahall, D.E. Rivera, and D. Dumur P. Rodriguez-Ayerbe. Application of robustified model predictive control to a production-inventory system. In *Proceedings of the 48th IEEE Conference on Decision and Control and 28th Chinese Control Conference*, pages 3993–3998, Shanghai, Chine, 2009.
- [94] C. Stoica, O. Al Assad, P. Rodriguez-Ayerbe, D. Dumur, and E. Godoy. Application of robustified model predictive control to a medical robot. In *Proceedings of the 23th IAR Workshop on Advanced Control and Diagnosis*, pages 180–185, Coventry, Royaume-Uni, 2008.
- [95] C. Stoica, O. Al Assad, P. Rodriguez-Ayerbe, E. Godoy, and D. Dumur. Control of a flexible arm by means of robustified MPC. In *Proceedings of the European Control Conference*, pages 2229–2234, Budapest, Hungary, 2009.
- [96] C. Stoica, P. Rodríguez-Ayerbe, and D. Dumur. MIMO_{Opt}MPC : a matlab toolbox for off-line robustification of multivariable MPC. In *Proceedings of the IEEE Multiconference on Systems and Control*, pages 1259–1264, San Antonio, Texas, Etats-Unis, 2008.
- [97] C. Stoica, P. Rodríguez-Ayerbe, and D. Dumur. Robustification hors ligne des lois de commande prédictives multivariées. *Journal Européen des Systèmes Automatisés*, 2-3/2012 :213–234, 2012.

-
- [98] C. Sultan, S. Seereeram, R.K. Mehra, and F.Y. Hadaegh. Energy optimal reconfiguration for large scale formation flying. In *Proc. of American Control Conference, Boston, Massachusetts*, pages 2986–2991, 2004.
- [99] F. Suryawan. *Constrained Trajectory Generation and Fault Tolerant Control Based on Differential Flatness and B-splines*. PhD thesis, School of Electrical Engineering and Computer Science, University of Newcastle, Australia, 2012.
- [100] A. Varga. Model reduction software in the SLICOT library. *Applied and Computational Control, Signals, and Circuits*, Ed. B. Datta, Kluwer Academic Publishers, Boston, 2001.
- [101] A. Vicino and G. Zappa. Sequential approximation of feasible parameter sets for identification with set-membership uncertainty. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 41 :774–785, 1996.
- [102] E. Walter and H. Piet-Lahanier. Exact recursive polyhedral description of the feasible parameter set for bounded-error models. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 34(8) :911–915, 1989.
- [103] W. Wang, D.E. Rivera, and K.G. Kempf. Model predictive control strategies for supply chain management in semiconductor manufacturing. *International Journal of Production Economics*, pages 56–77, 2007.
- [104] V. Wertz, E. Silva, G. Goodwin, and B. Codrons. Performance limitation arising in the control of power plants. In *Proceedings of the 17th IFAC World Congress, Seoul*, 2008.
- [105] M. Wooldridge. *An introduction to multiagent systems*. Wiley & Sons, New York, USA, 2002.
- [106] M. Wooldridge, J. Müller, and M. Tambe. *Intelligent Agents II - Agent Theories, Architectures, and Languages*, volume 1037. Springer, 1997.
- [107] Q.D. Wu, D. Xue, and J. Yao. Consensus analysis of networked multi-agent systems. *Physics Procedia*, 3(5), 2010.
- [108] F. Yamaguchi. *Curves and surfaces in computer aided geometric design*. Springer Verlag, 1988.
- [109] H. Zhao, W. Li, C. Taft, and J. Bentsman. Robust controller design for simultaneous control of throttle pressure and megawatt output in

a power plant unit. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 9(7) :425–426, 1999.

- [110] K. Zhou, J.C. Doyle, and K. Glover. *Robust and optimal control*. Prentice Hall, 1996.
- [111] G.M. Ziegler. *Lecture on polytopes*. Springer, 1995.